

Analytická geometrie

- 1. Příklad** Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníka ABC , kde $A = [2, -1, 3]$, $B = [1, 1, 1]$, $C = [0, 0, 5]$.

Výsledek: $\alpha = 90^\circ$, $\beta = \gamma = 45^\circ$.

- 2. Příklad** Nechť $A = [-1, 2, 3]$, $B = [1, 1, 1]$, $C = [0, 0, a]$. Určete a tak, aby $\vec{AB} \perp \vec{AC}$.

Výsledek: $a = 5$.

- 3. Příklad** Určete vzdálenost bodu $M = [2, -1, 3]$ od přímky AB , kde $A = [-1, -2, 1]$, $B = [2, 2, 6]$.

Výsledek: $\frac{3}{10}\sqrt{38}$.

- 4. Příklad** Bodem $P = [2, 3, 2]$ veďte kolmici k přímce $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Výsledek: $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

- 5. Příklad** Určete rovnici roviny procházející rovnoběžkami $\frac{x-4}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$, $\frac{x-2}{4} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-5}{1}$.

Výsledek: $x - 2y - 2z - 2 = 0$.

- 6. Příklad** Určete kolmý průmět bodu $P = [2, 3, 2]$ na přímku $x = -3 + 2t$, $y = -6 + t$, $z = -1 + 3t$.

Výsledek: $[1, -4, 5]$.

- 7. Příklad** Určete obecnou rovnici roviny procházející body $A = [1, -1, 2]$, $B = [2, 1, 2]$, $C = [1, 1, 4]$.

Výsledek: $2x - y + z - 5 = 0$.

- 8. Příklad** Bodem $A = [2, 1, -1]$ veďte rovinu kolmou k vektoru $\vec{v} = (1, -2, 3)$.

Výsledek: $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

- 9. Příklad** Převedte rovnici roviny na parametrický tvar:

a) $3x - 2y + 6z - 14 = 0$;

b) $z + 1 = 0$.

Výsledek: a) $x = \frac{14}{3} + \frac{2}{3}u - 2v$, $y = u$, $z = v$, b) $x = u$, $y = v$, $z = -1$.

- 10. Příklad** Najděte úhel dvou rovin $x - y + \sqrt{2}z + 2 = 0$, $x + y + \sqrt{2}z - 3 = 0$.

Výsledek: 60° .

- 11. Příklad** Dokažte, že následující roviny jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost:

$$30x - 32y + 24z - 75 = 0, 15x - 16y + 12z - 25 = 0$$

Výsledek: $\frac{1}{2}$.

- 12. Příklad** Napište parametrickou rovnici i obecnou rovnici osy z .

Výsledek: Par. rovnice: $x = 0, y = 0, z = t$, obecná rovnice: $x = 0, y = 0$.

- 13. Příklad** Převedte obecné rovnice $x + 4y + 4z - 7 = 0$, $4x + 4y + 5z - 11 = 0$ přímky na parametrické rovnice.

Výsledek: $x = 4t, y = -\frac{9}{4} + 11t, z = 4 - 12t$.

- 14. Příklad** Napište parametrické rovnice přímky procházející bodem $M = [4, -5, 7]$ rovnoběžně s přímkou $x = 3 - t, y = 2 + 2t, z = 3$.

Výsledek: $x = 4 - t, y = -5 + 2t, z = 7$.

15. Příklad Zjistěte vzájemnou polohu přímek $x = 2 + t, y = 1 - 2t, z = 5 + 3t$ a $x = 4, y = 2 - 5t, z = 11t$.

Výsledek: Jde o různoběžky, průsečík je $[4, -3, 11]$.

16. Příklad Určete úhel přímek $x = -3 + t, y = -3 + 2t, z = 4 - 2t$ a $9x + 2y + 2z - 11 = 0, 6x - y + 6z + 8 = 0$.

Výsledek: $\cos \varphi = \frac{4}{21}$.

17. Příklad Určete průsečík přímky $x = -1 + 2t, y = 2 + t, z = 1 - t$ s rovinou $3x - 2y + z - 3 = 0$.

Výsledek: $[5, 5, -2]$.

18. Příklad Určete rovinu procházející přímkou $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{7} = \frac{z+1}{2}$ rovnoběžně s přímkou $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{1}$.

Výsledek: $3x - y - z - 2 = 0$.

19. Příklad Určete úhel přímky $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+5}{-1}$ s rovinou $4x - y + z + 24 = 0$.

Výsledek: 45° .

20. Příklad Určete rovnici kolmice z bodu $A = [4, 1, 2]$ na přímkou $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Výsledek: $\frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

21. Příklad Určete rovnici přímky procházející bodem $[-6, 3, 4]$ rovnoběžně s přímkou $x - 2y - 3z + 7 = 0, 4x + 5y - z - 9 = 0$.

Výsledek: $\frac{x+6}{17} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z-4}{13}$.

22. Příklad Určete úhel přímek p a q , které jsou zadány obecnými rovnicemi takto: $p: x - y - 2z - 1 = 0, x - y + z + 1 = 0, q: 2x - y - z - 1 = 0, 2x + y + z - 1 = 0$.

Výsledek: 60° .

23. Příklad Určete kolmý průmět bodu $[8, 2, 1]$ do roviny $3x - 4y + z + 9 = 0$.

Výsledek: $[5, 6, 0]$.