

# Logika

© ÚM FSI VUT v Brně

30. srpna 2007

Příklad: Zjistěte, zda je daná výroková formule tautologie:

$$A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$$

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

**Řešení:** Sestavíme tabulku pravdivostních hodnot. Předtím si označme:

$$V := \left[ \underbrace{A \wedge \neg(B \vee C)}_L \Rightarrow \underbrace{(A \vee B) \wedge \neg C}_P \right]$$

Tautologie je výroková formule, která má pravdivostní hodnotu 1 pro jakékoli pravdivostní hodnoty elementárních výroků,  $\neg A$  znamená negaci výroku  $A$ .

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 1   | 1   | 0   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 1   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 0   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 1   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 0   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 1   |            |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 0   |            |                  |     |            |          |     |     |

Všimněte si pravidla pro zadání všech možných pravdivostních hodnot pro vstupní výroky.

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          |                  |     |            |          |     |     |
| 1   | 1   | 0   | 1          |                  |     |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 1   | 1          |                  |     |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 0   | 0          |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 1   | 1          |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 0   | 1          |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 1   | 1          |                  |     |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 0   | 0          |                  |     |            |          |     |     |

Výrok  $B \vee C$  má pravdivostní hodnotu 1 právě když alespoň jeden z výroků  $B$ ,  $C$  má pravdivostní hodnotu 1.

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          | 0                |     |            |          |     |     |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0                |     |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                |     |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 0   | 0          | 1                |     |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 0                |     |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 0                |     |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 1   | 1          | 0                |     |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                |     |            |          |     |     |

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   |            |          |     |     |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   |            |          |     |     |
| 1   | 0   | 0   | 0          | 1                | 1   |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   |            |          |     |     |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   |            |          |     |     |
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                | 0   |            |          |     |     |

Výrok  $A \wedge B$  má pravdivostní hodnotu 1 právě když oba výroky  $A$ ,  $B$  mají pravdivostní hodnotu 1.

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          |          |     |     |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          |          |     |     |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          |          |     |     |
| 1   | 0   | 0   | 0          | 1                | 1   | 1          |          |     |     |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          |          |     |     |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          |          |     |     |
| 0   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 0          |          |     |     |
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                | 0   | 0          |          |     |     |

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        |     |     |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        |     |     |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 1        |     |     |
| 1   | 0   | 0   | 0          | 1                | 1   | 1          | 1        |     |     |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        |     |     |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        |     |     |
| 0   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 0          | 1        |     |     |
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                | 0   | 0          | 1        |     |     |

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   |     |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   |     |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 1        | 1   |     |
| 1   | 0   | 0   | 0          | 1                | 1   | 1          | 1        | 1   |     |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   |     |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   |     |
| 0   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 0          | 1        | 0   |     |
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                | 0   | 0          | 1        | 0   |     |

Příklad:  $A \wedge \neg(B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $\neg(B \vee C)$ | $L$ | $A \vee B$ | $\neg C$ | $P$ | $V$ |
|-----|-----|-----|------------|------------------|-----|------------|----------|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   | 1   |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   | 1   |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 1        | 1   | 1   |
| 1   | 0   | 0   | 0          | 1                | 1   | 1          | 1        | 1   | 1   |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   | 1   |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 0                | 0   | 1          | 0        | 0   | 1   |
| 0   | 0   | 1   | 1          | 0                | 0   | 0          | 1        | 0   | 1   |
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                | 0   | 0          | 1        | 0   | 1   |

Výrok  $L \Rightarrow P$  má pravdivostní hodnotu 0 právě když výrok  $L$  má pravdivostní hodnotu 1 a výrok  $P$  hodnotu 0. Výroková formule  $V$  má vždy pravdivostní hodnotu 1, je to tedy tautologie.