

Analytická geometrie

Příklad 1. Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníka ABC , kde $A = [2, -1, 3]$, $B = [1, 1, 1]$, $C = [0, 0, 5]$.

Výsledek: $\alpha = 90^\circ$, $\beta = \gamma = 45^\circ$.

Příklad 2. Nechť $A = [-1, 2, 3]$, $B = [1, 1, 1]$, $C = [0, 0, a]$. Určete a tak, aby $\vec{AB} \perp \vec{AC}$.

Výsledek: $a = 5$.

Příklad 3. Určete vzdálenost bodu $M = [2, -1, 3]$ od přímky AB , kde $A = [-1, -2, 1]$, $B = [2, 2, 6]$.

Výsledek: $\frac{3}{10}\sqrt{38}$.

Příklad 4. Bodem $P = [2, 3, 2]$ veďte kolmici k přímce $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Výsledek: $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Příklad 5. Určete rovnici roviny procházející rovnoběžkami $\frac{x-4}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$, $\frac{x-2}{4} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-5}{1}$.

Výsledek: $x - 2y - 2z - 2 = 0$.

Příklad 6. Určete kolmý průmět bodu $P = [2, 3, 2]$ na přímku $x = -3 + 2t$, $y = -6 + t$, $z = -1 + 3t$.

Výsledek: $[1, -4, 5]$.

Příklad 7. Určete obecnou rovnici roviny procházející body $A = [1, -1, 2]$, $B = [2, 1, 2]$, $C = [1, 1, 4]$.

Výsledek: $2x - y + z - 5 = 0$.

Příklad 8. Bodem $A = [2, 1, -1]$ veďte rovinu kolmou k vektoru $\vec{v} = (1, -2, 3)$.

Výsledek: $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Příklad 9. Převeďte rovnici roviny na parametrický tvar:

a) $3x - 2y + 6z - 14 = 0$;

b) $z + 1 = 0$.

Výsledek: a) $x = \frac{14}{3} + \frac{2}{3}u - 2v$, $y = u$, $z = v$, b) $x = u$, $y = v$, $z = -1$.

Příklad 10. Najděte úhel dvou rovin $x - y + \sqrt{2}z + 2 = 0$, $x + y + \sqrt{2}z - 3 = 0$.

Výsledek: 60° .

Příklad 11. Dokažte, že následující roviny jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost:

$$30x - 32y + 24z - 75 = 0, \quad 15x - 16y + 12z - 25 = 0$$

Výsledek: $\frac{1}{2}$.

Příklad 12. Napište parametrickou rovnici i obecnou rovnici osy z .

Výsledek: Par. rovnice: $x = 0$, $y = 0$, $z = t$, obecná rovnice: $x = 0$, $y = 0$.

Příklad 13. Převeďte obecné rovnice $x + 4y + 4z - 7 = 0$, $4x + 4y + 5z - 11 = 0$ přímky na parametrické rovnice.

Výsledek: $x = 4t$, $y = -\frac{9}{4} + 11t$, $z = 4 - 12t$.

Příklad 14. Napište parametrické rovnice přímky procházející bodem $M = [4, -5, 7]$ rovnoběžně s přímkou

$$x = 3 - t, y = 2 + 2t, z = 3.$$

$$\text{Výsledek: } x = 4 - t, y = -5 + 2t, z = 7.$$

Příklad 15. Zjistěte vzájemnou polohu přímek $x = 2 + t, y = 1 - 2t, z = 5 + 3t$ a $x = 4, y = 2 - 5t, z = 11t$.

$$\text{Výsledek: } \text{Jde o různoběžky, průsečík je } [4, -3, 11].$$

Příklad 16. Určete úhel přímek $x = -3 + t, y = -3 + 2t, z = 4 - 2t$ a $9x + 2y + 2z - 11 = 0, 6x - y + 6z + 8 = 0$.

$$\text{Výsledek: } \cos \varphi = \frac{4}{21}.$$

Příklad 17. Určete průsečík přímky $x = -1 + 2t, y = 2 + t, z = 1 - t$ s rovinou $3x - 2y + z - 3 = 0$.

$$\text{Výsledek: } [5, 5, -2].$$

Příklad 18. Určete rovinu procházející přímkou $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{7} = \frac{z+1}{2}$ rovnoběžně s přímkou $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{1}$.

$$\text{Výsledek: } 3x - y - z - 2 = 0.$$

Příklad 19. Určete úhel přímky $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+5}{-1}$ s rovinou $4x - y + z + 24 = 0$.

$$\text{Výsledek: } 45^\circ.$$

Příklad 20. Určete rovnici kolmice z bodu $A = [4, 1, 2]$ na přímkou $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

$$\text{Výsledek: } \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}.$$

Příklad 21. Určete rovnici přímky procházející bodem $[-6, 3, 4]$ rovnoběžně s přímkou $x - 2y - 3z + 7 = 0, 4x + 5y - z - 9 = 0$.

$$\text{Výsledek: } \frac{x+6}{17} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z-4}{13}.$$

Příklad 22. Určete úhel přímek p a q , které jsou zadány obecnými rovnicemi takto: $p: x - y - 2z - 1 = 0, x - y + z + 1 = 0, q: 2x - y - z - 1 = 0, 2x + y + z - 1 = 0$.

$$\text{Výsledek: } 60^\circ.$$

Příklad 23. Určete kolmý průmět bodu $[8, 2, 1]$ do roviny $3x - 4y + z + 9 = 0$.

$$\text{Výsledek: } [5, 6, 0].$$