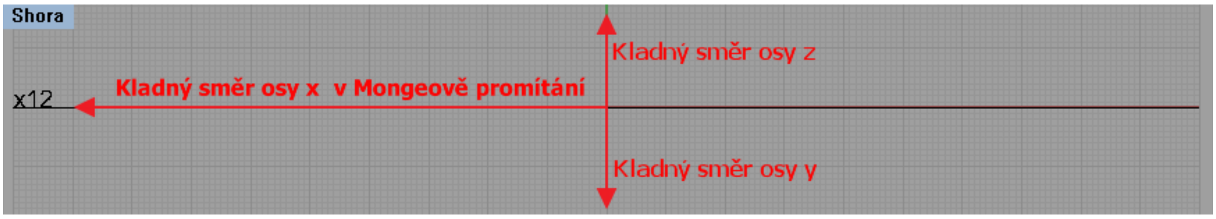
Mongeovo promítání – základní úlohy metrické

(skutečná velikost úsečky - sklápění, kolmice k rovině, vzdálenost bodu od roviny, vzdálenost bodu od přímky, rovina kolmá k přímce, otáčení roviny, trojúhelník a kružnice v rovině)

Poznámka 1: Každý příklad začneme pro přehlednost do nového souboru tímto krokem:

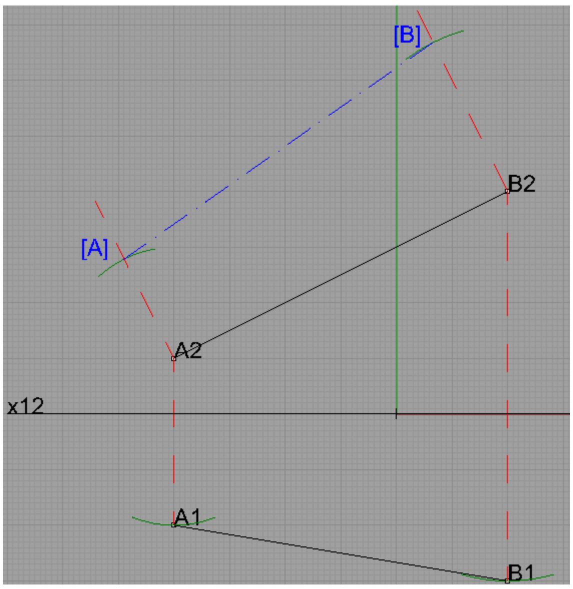
Nakreslíme základnici x12 zadanou body [-100,0,0] a [100,0,0]. Na ní vyznačíme krátkou úsečkou počátek.



Poznámka 2: Je důležité si uvědomit, že je potřeba zadat vstupní body s ohledem na reprezentaci v Rhinu. Kladný směr vodorovné osy je v rozporu s kladným směrem osy x v Mongeově promítání a druhá souřadnice v Rhinu je souřadnice na svislé ose. Půdorys bodu A[30,10,60], tedy bod A1 je nutné zadat jako bod [-30,-10] a nárys bodu A, tedy bod A2 je nutné zadat jako bod [-30,60]. Pro vynášení zadaných bodů je tedy nutné zadávat x-ovou a y-ovou souřadnici s opačným znaménkem.
***Tento rozpor je problematický pouze při vynášení zadání**, pak již souřadnice při dalších konstrukcích nebudou potřeba.*

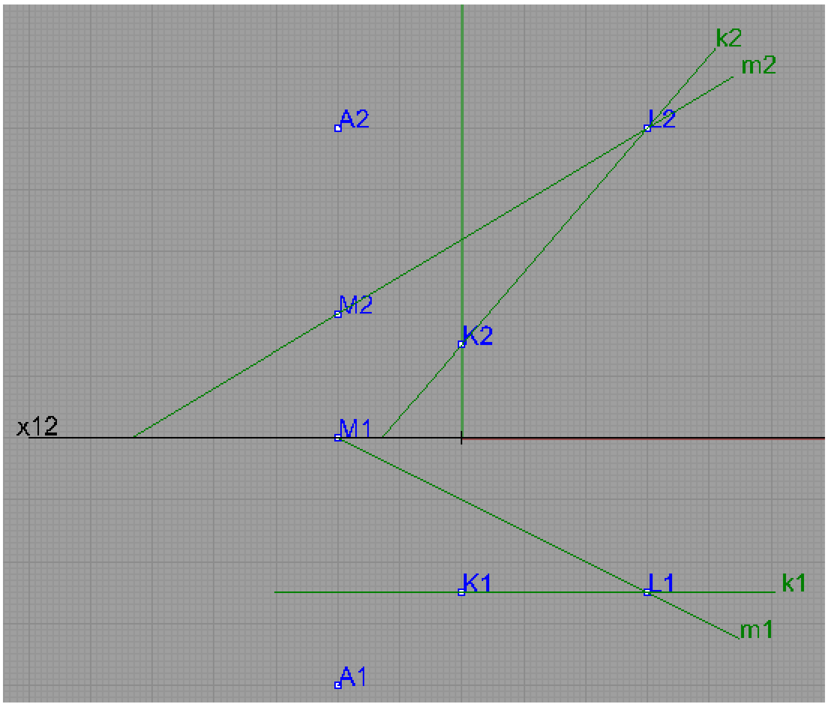
Příklad 1: Určete skutečnou velikost úsečky AB, kde A[40,20,10] a B[-20,30,40].

Návod: Úsečku AB sklopíme např. do nárysny (viz skripta str. 40 Úloha B3).

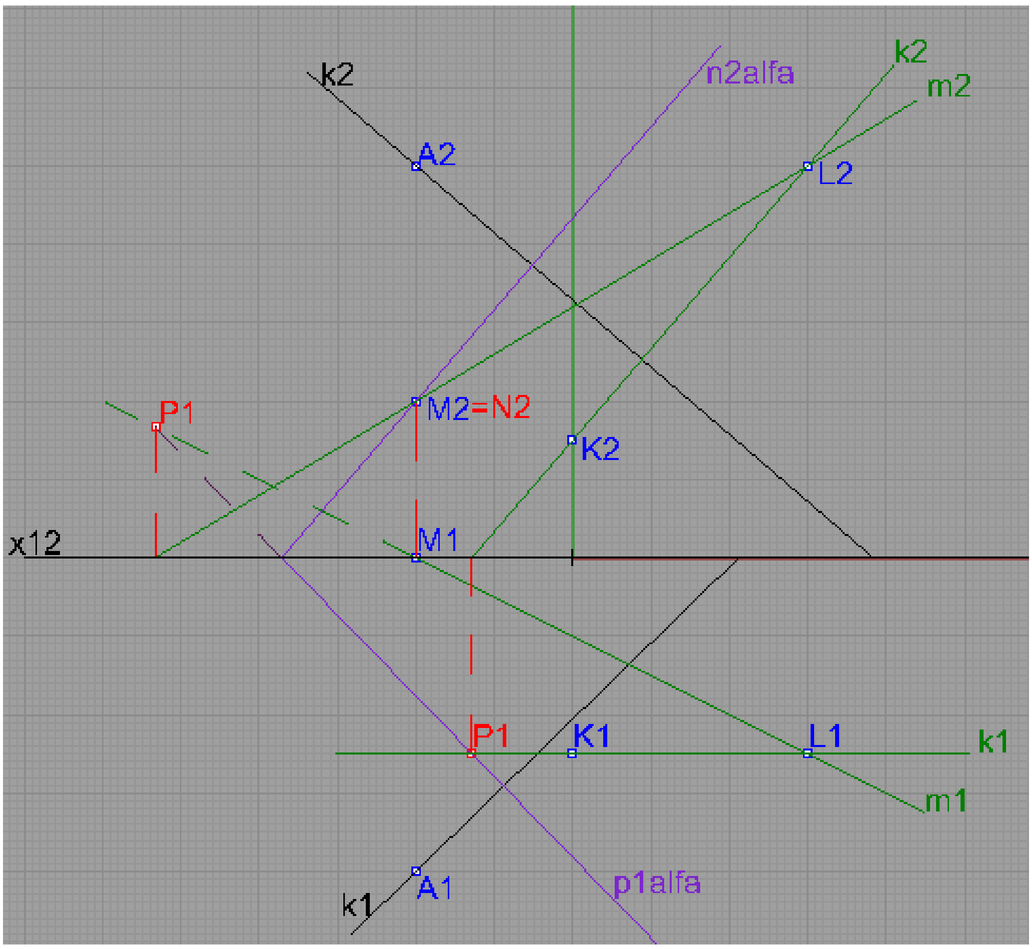


Příklad 2 (str. 49/18): Bodem A[20,40,50] veďte přímku *k* kolmou na rovinu alfa(K,L,M), jestliže K[0,25,15], L[-30,25,50], M[20,0,20].

Návod: Vyneseme zadání a danými body vedeme různoběžky, pomocí kterých určíme stopy roviny.

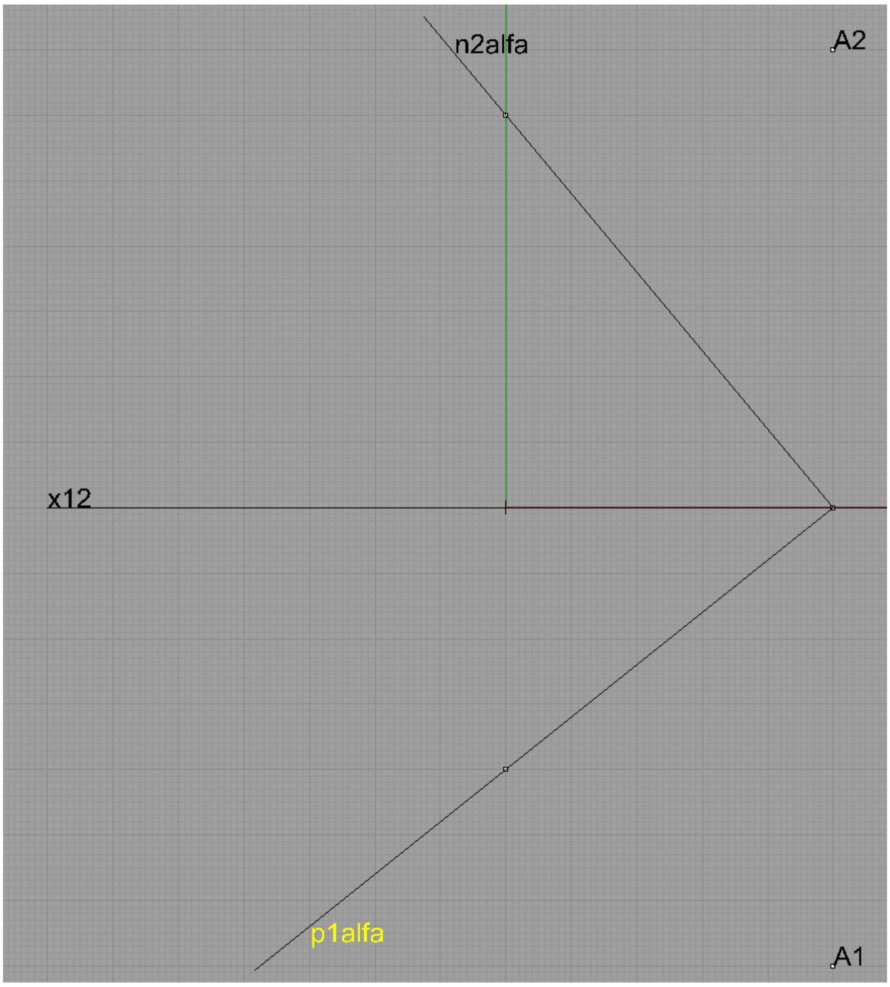


Určíme stopy roviny alfa. Pro hledanou kolmici *k* platí, že její průměty jsou kolmé ke stopám roviny, tj. k1 je kolmá k p1alfa a k2 je kolmá k n2alfa.



Příklad 3 (str. 50/20): Určete vzdálenost bodu A[-50,70,70] od roviny alfa(-50,40,60).

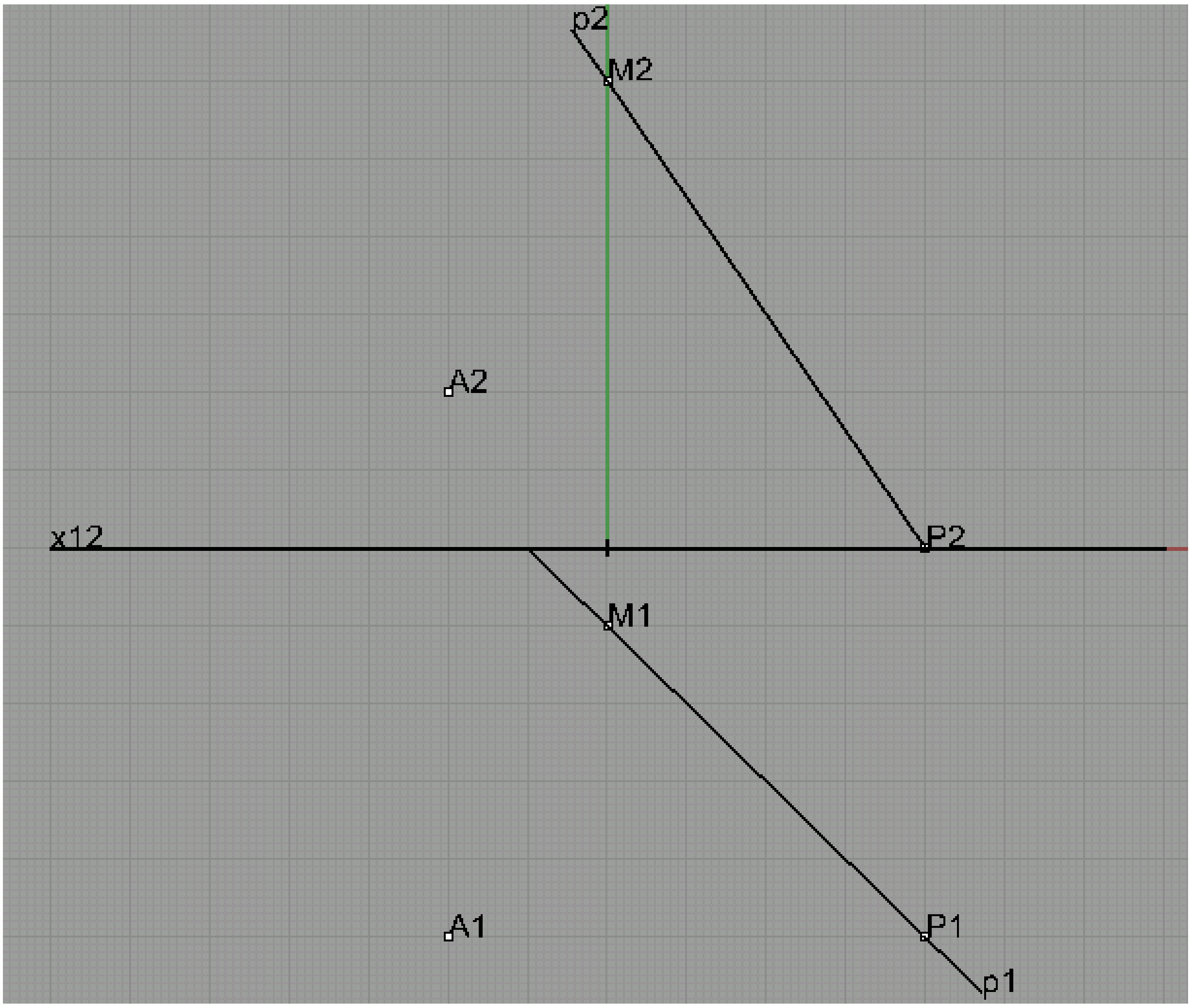
Návod: Vynesené zadání vypadá následovně:



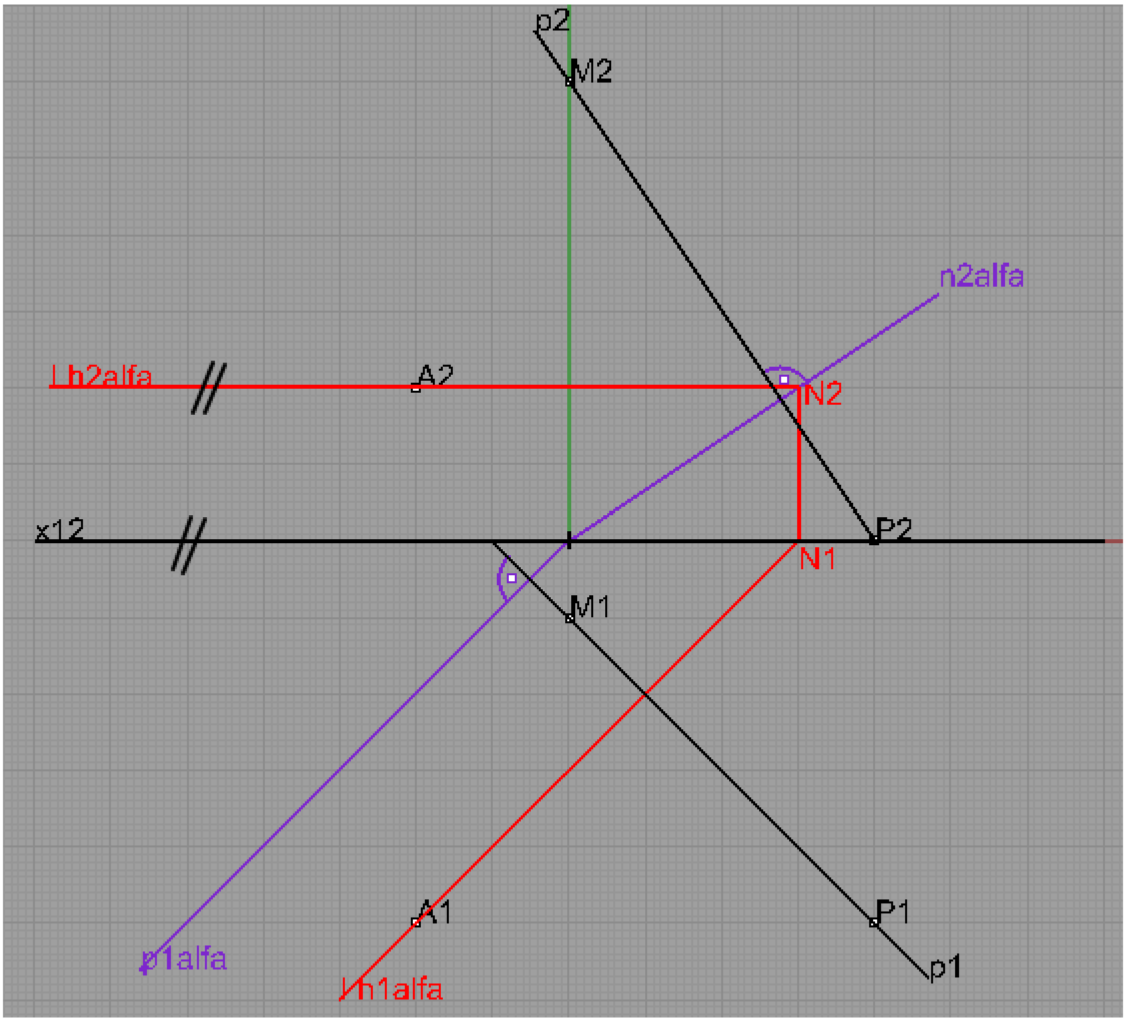
Bodem A vedeme kolmici *k* k rovině alfa. Zjistíme průsečík R kolmice *k* s rovinou alfa metodou krycí přímky (viz cvičení Mongeovo promítání – základní úlohy polohové). Sklopením úsečky AR zjistíme vzdálenost bodu A od roviny alfa.

Příklad 4 (str. 50/22): Určete vzdálenost bodu A[20,50,20] od přímky *p*=PM, P[-40,50,0], M[0,10,60].

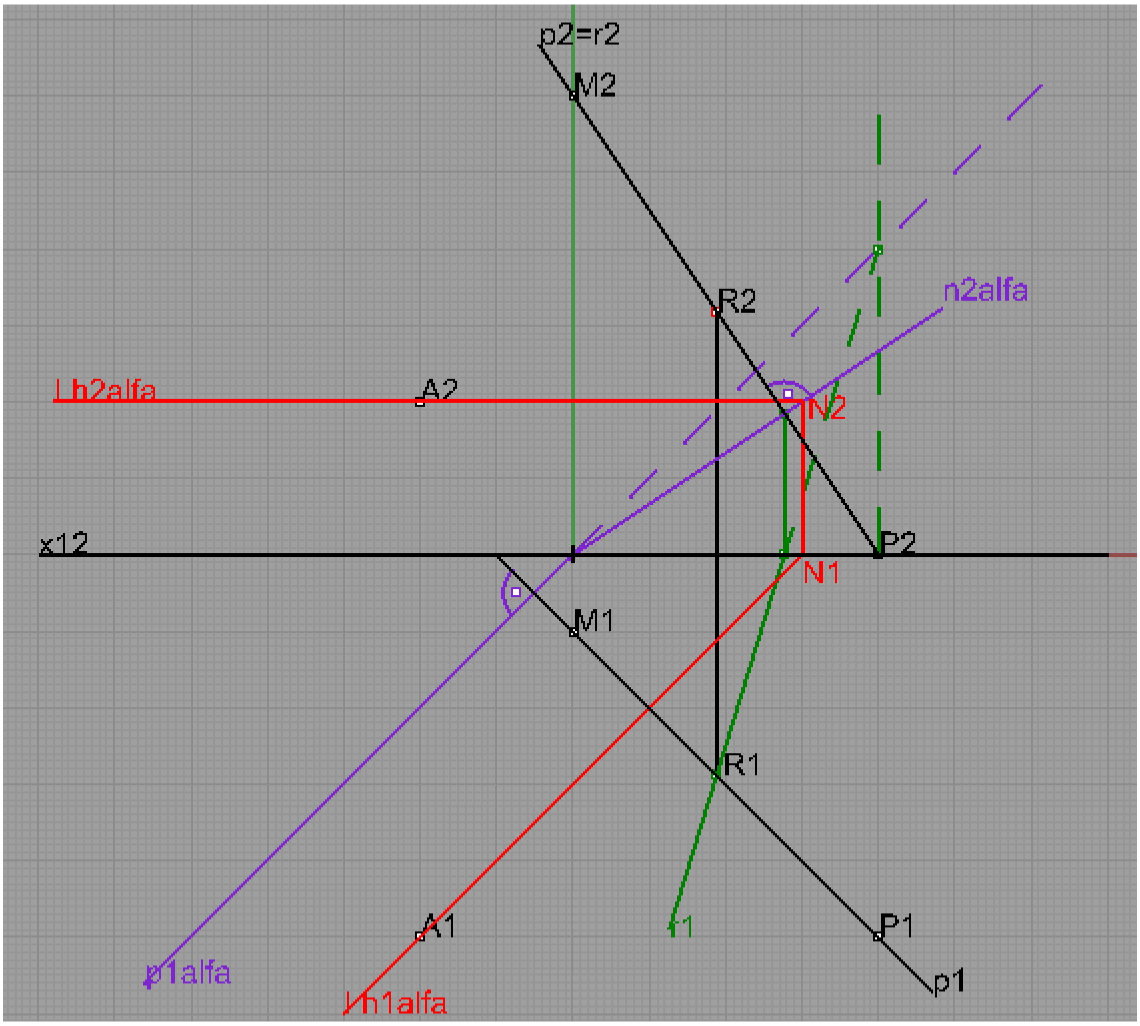
Návod: Vyneseme zadání



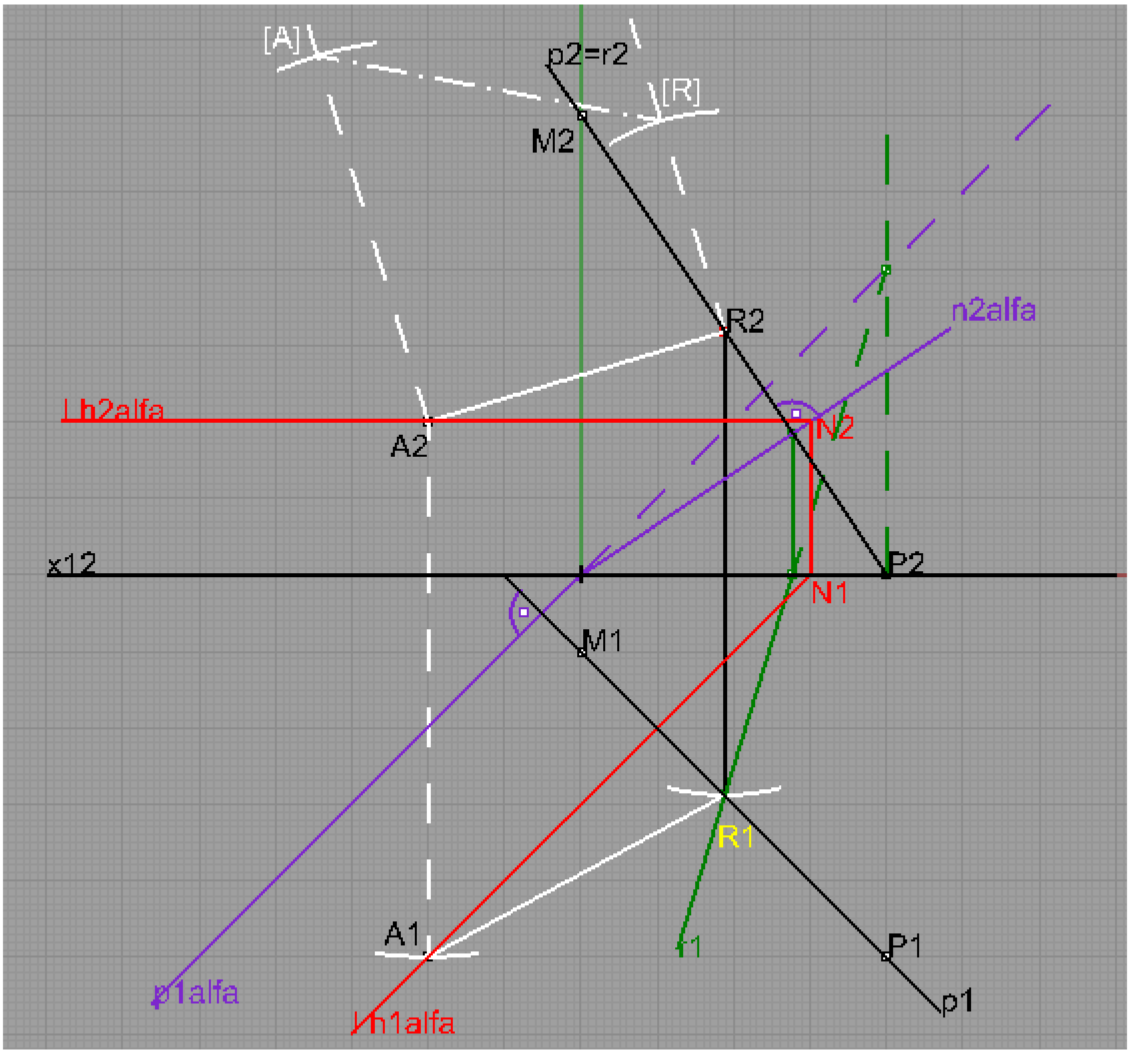
Bodem A vedeme rovinu alfa kolmou k přímce *p*. Její stopy určíme pomocí hlavních přímek.



Určíme průsečík R přímky *p* s rovinou alfa metodou krycí přímky.

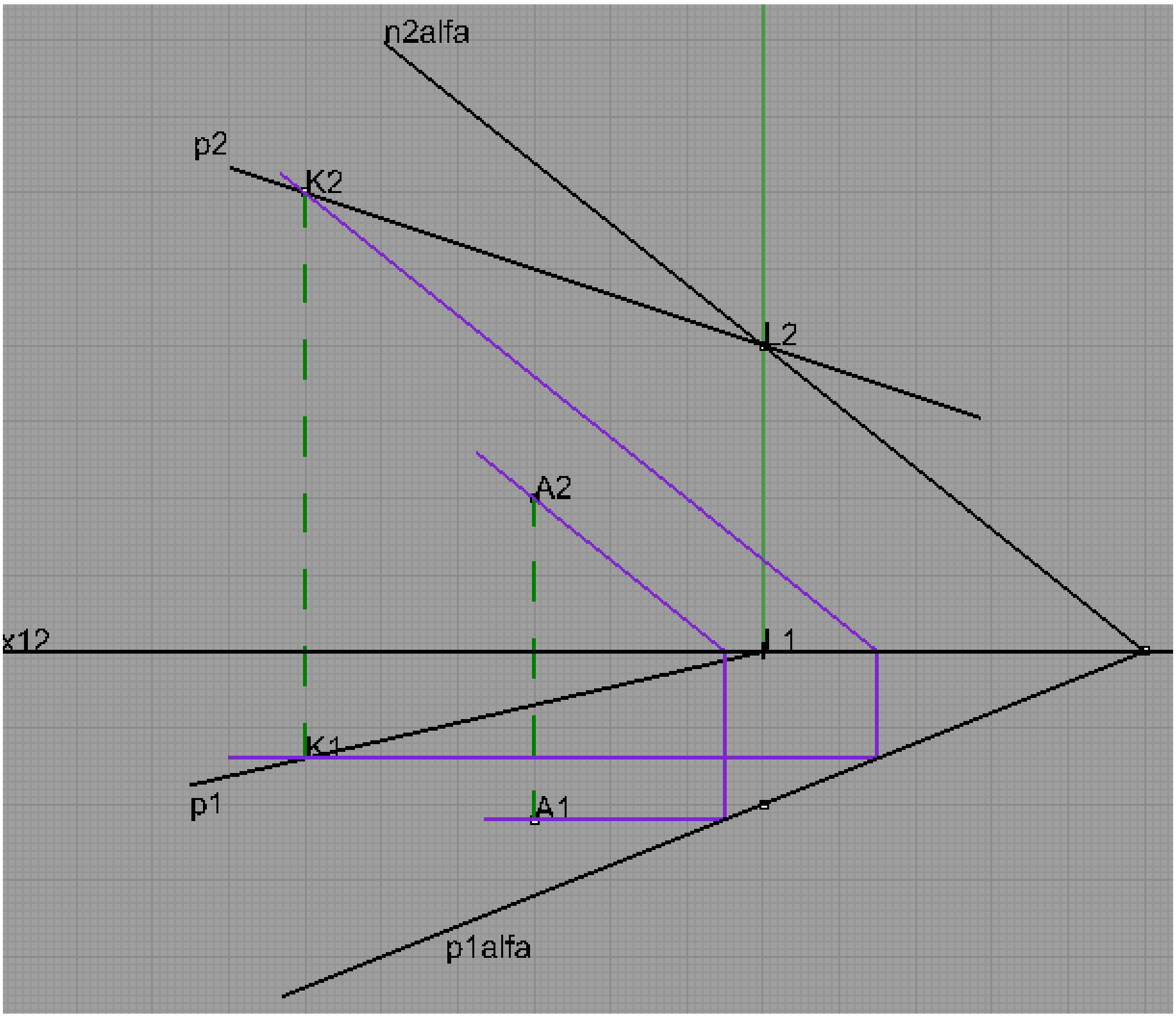


Vzdálenost bodu A od přímky *p* určíme sklopením úsečky AR.



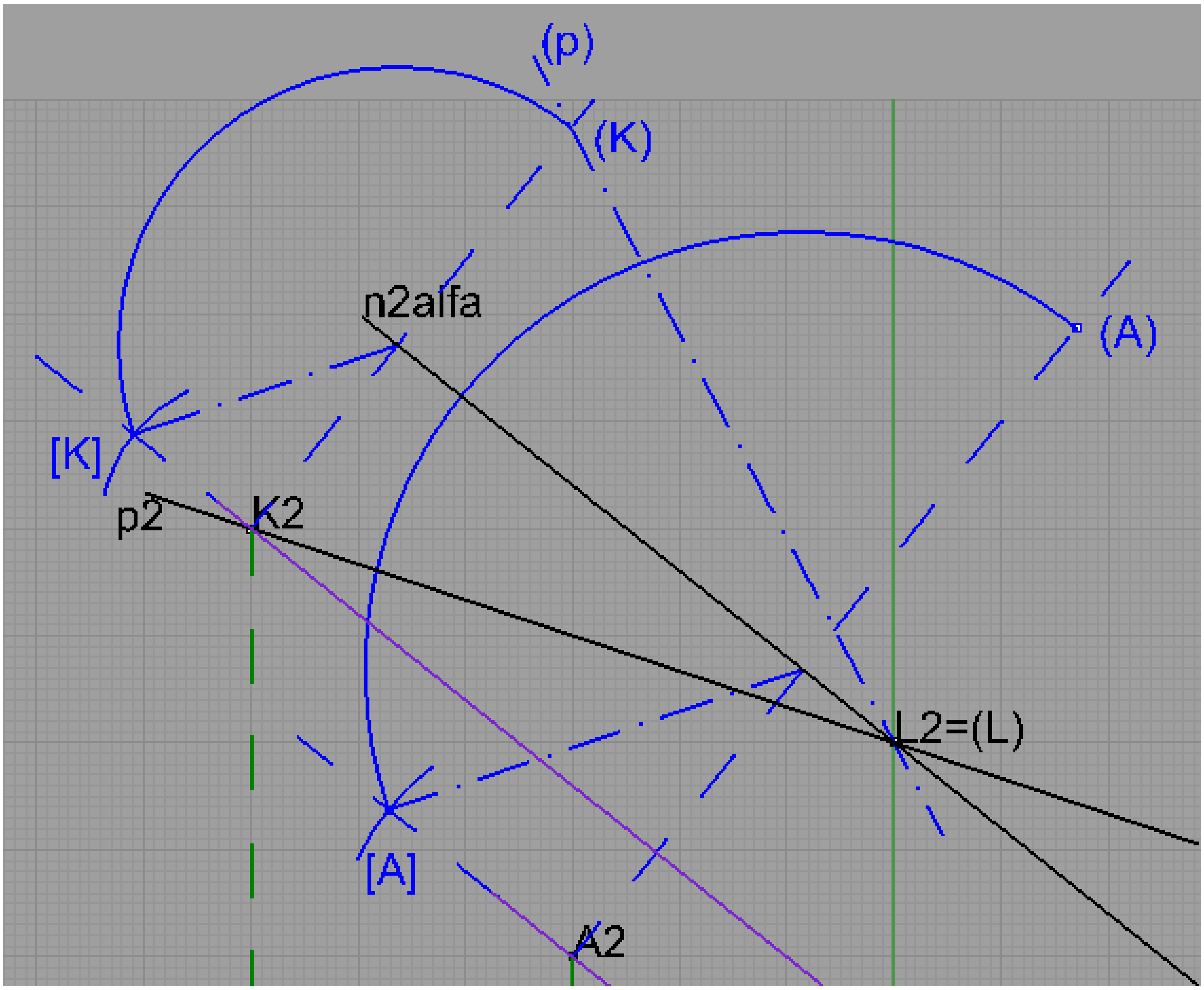
Příklad 5: V rovině alfa(-50,20,40) sestrojte sdružené průměty rovnostranného trojúhelníka ABC. Trojúhelník je určen vrcholem A[30,?,20] a jeho strana BC leží na přímce *p*=KL, K[60,?,60], L[0,?,40].

Návod: Vyneseme zadání a chybějící půdorysy zadaných bodů určíme pomocí hlavních přímek roviny alfa.

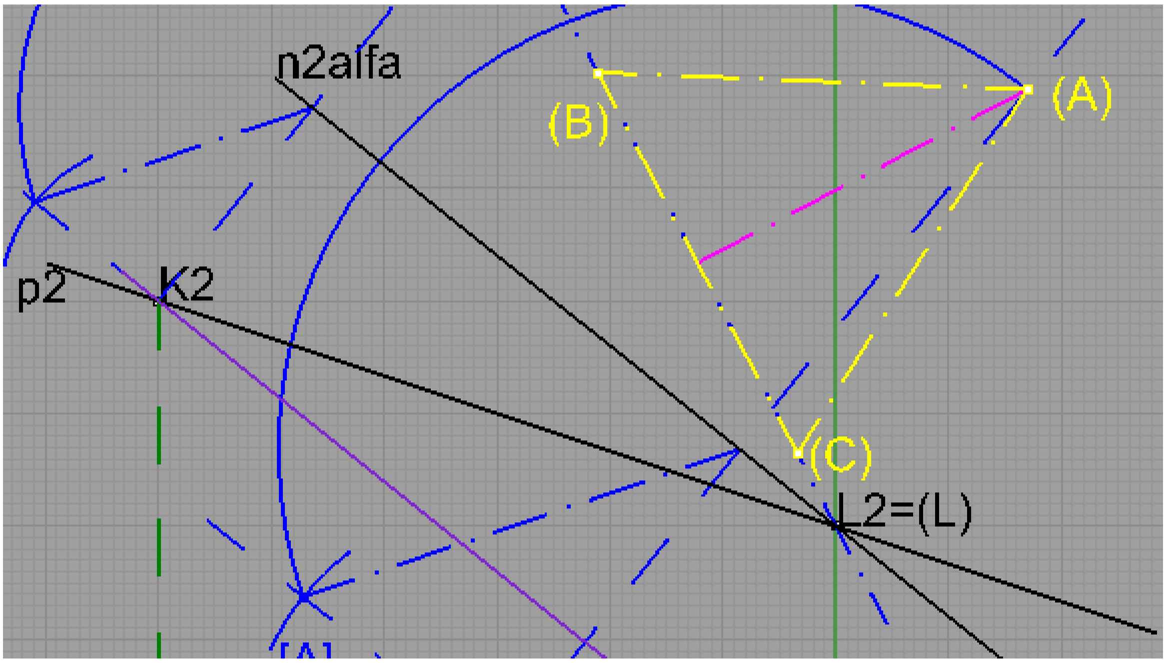


Trojúhelník sestrojíme v otočení. Otočíme rovinu alfa do nárysny kolem její nárysné stopy.

1. Bod A otáčíme kolem nárysné stopy:
    a. Bodem A2 vedeme kolmici k nárysné stopě;
    b. Určíme sklopený bod [A] tak, že od A2 naneseme y-ovou souřadnici bodu A;
    c. Poloměr otáčení je dán vzdáleností středu otáčení od bodu [A]. Střed otáčení je průsečík kolmice k nárysné stopě jdoucí bodem A a nárysné stopy;
    d. Určíme otočený bod (A).
2. Podobným postupem určíme bod K v otočení, tj. bod (K).
3. Bod L2 leží přímo na nárysné stopě, je tedy samodružný a L2=(L).
4. Přímka p v otočení je (p)=(K)(L).

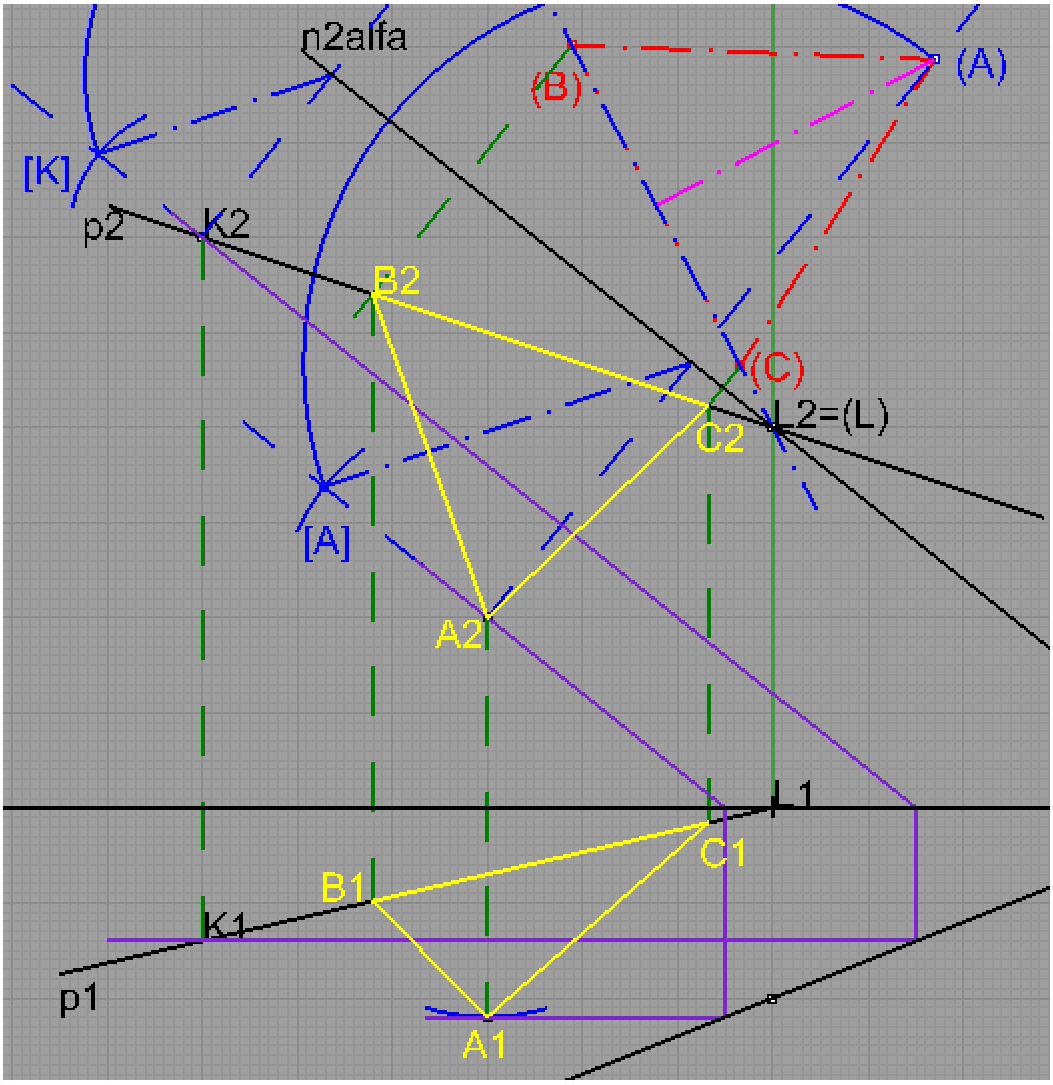


V otočení sestrojíme rovnostranný trojúhelník (A)(B)(C):



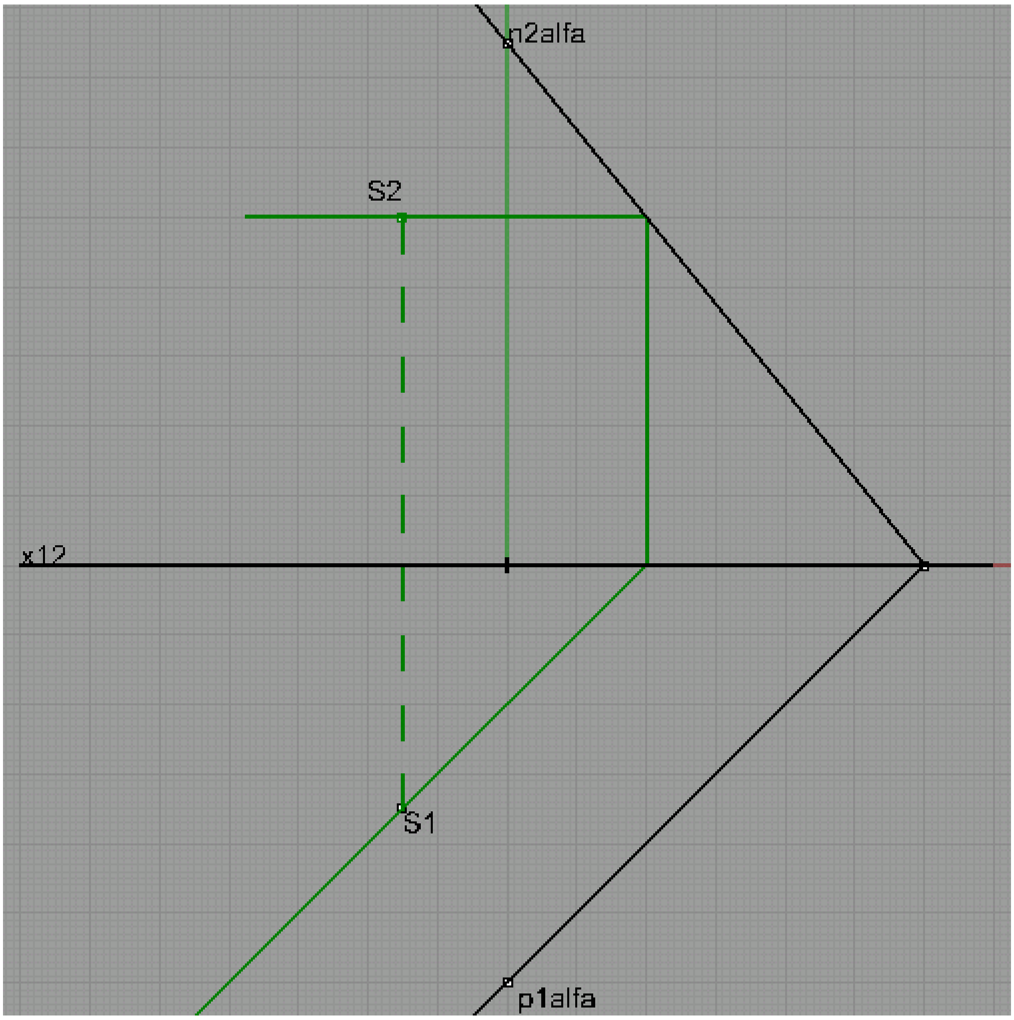
Za pomoci osové afinity získáme body B2 a C2. Můžeme vytáhnout nárys hledaného trojúhelníka.

Pomocí ordinál získáme půdorysy bodů B a C. A tedy hledaný půdorys trojúhelníka.

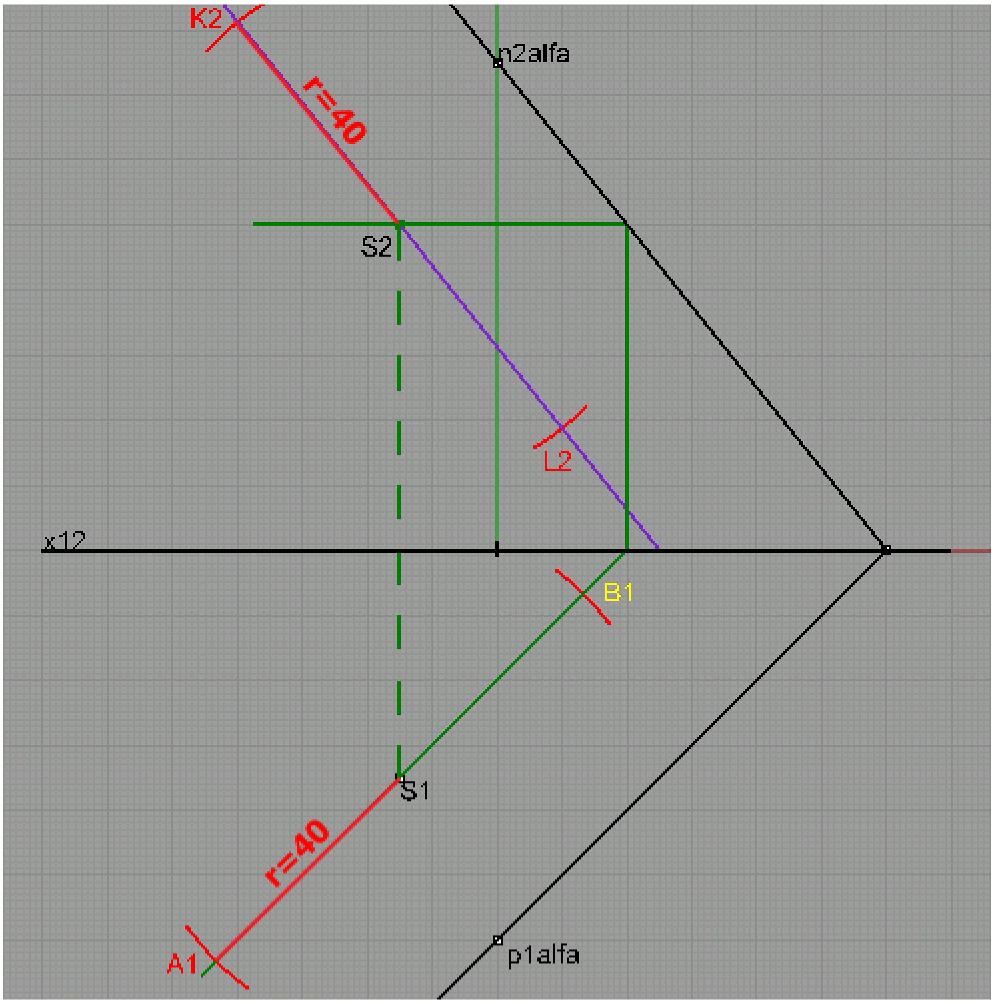


Příklad 6 (str. 50/28): V rovině alfa(-60,60,75) sestrojte sdružené průměty kružnice *k* se středem S[15,35,?], poloměrem r=40.

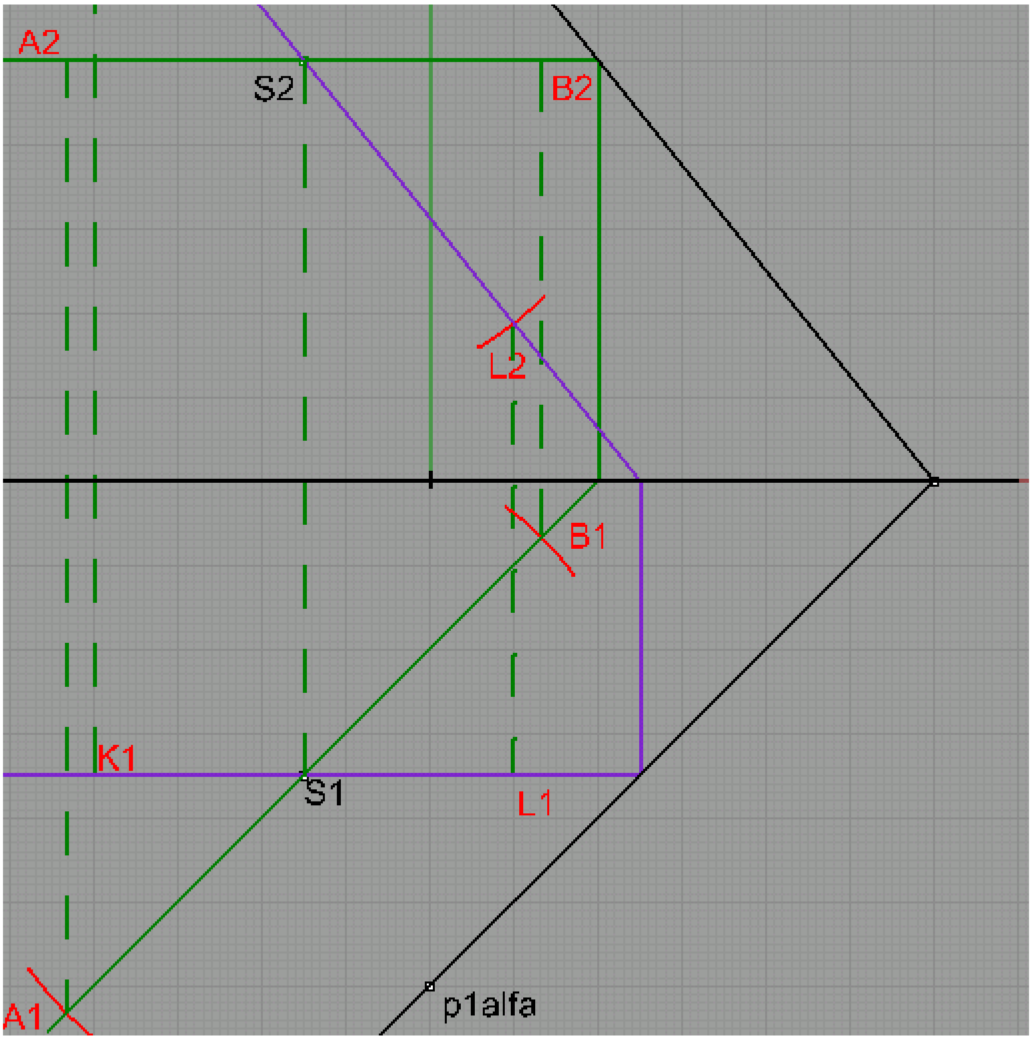
Návod: Vyneseme zadání a chybějící nárys bodu S určíme pomocí hlavních přímek.



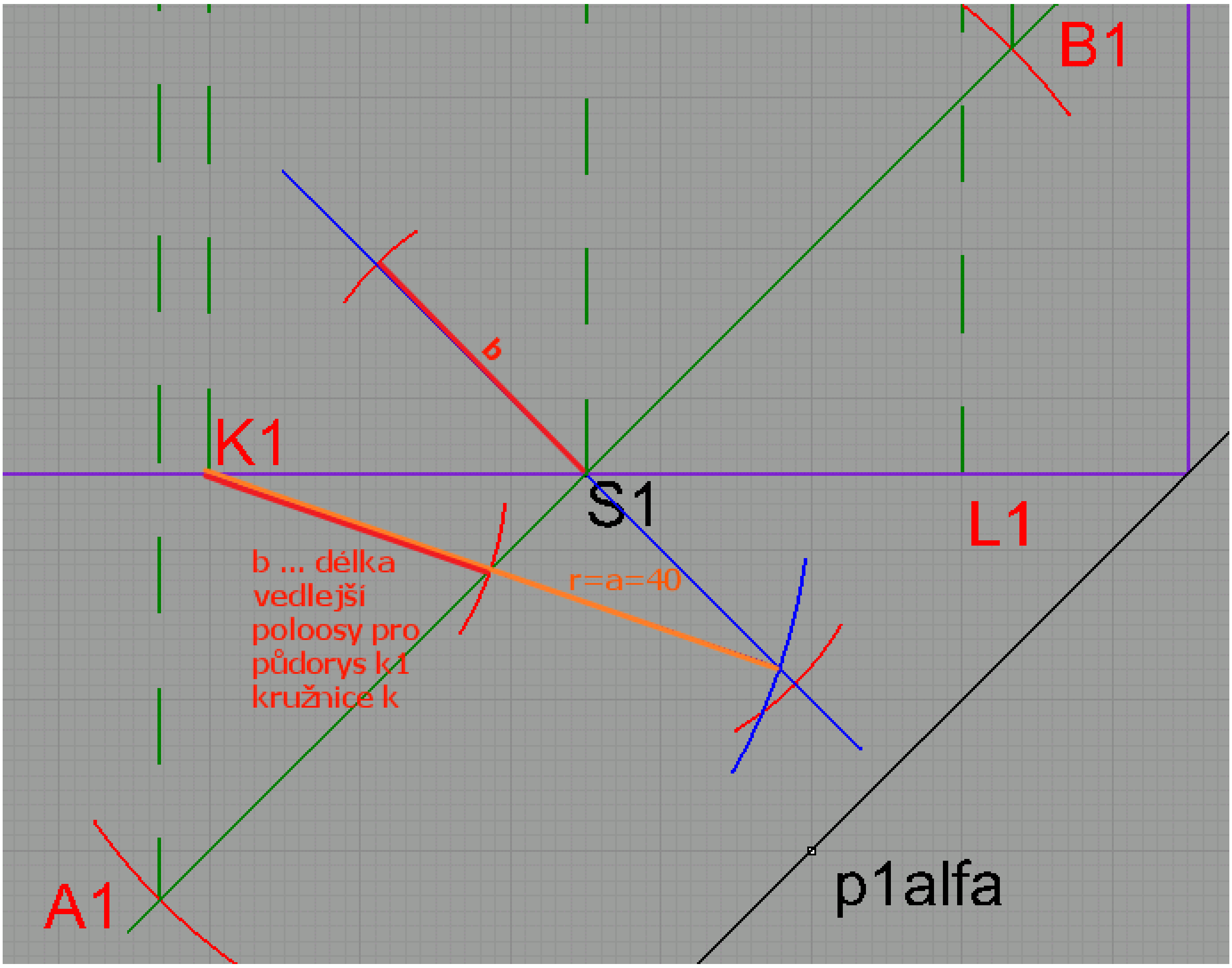
Kružnice s poloměrem r=40 se nám zobrazí svými sdruženými průměty jako elipsa v půdorysu se středem S1 a hlavními vrcholy A1 a B1 a jako elipsa v nárysu se středem S2 a hlavními vrcholy K2 a L2.



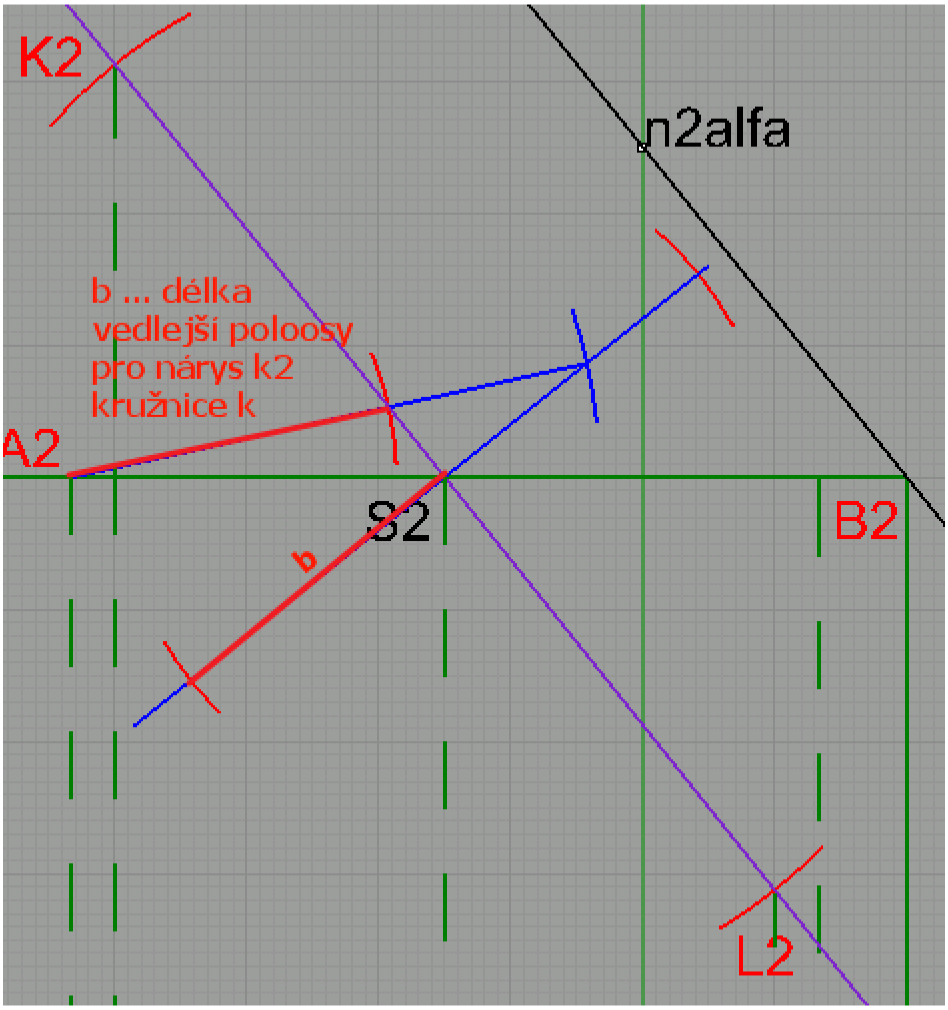
Pro určení délky vedlejší poloosy potřebujeme v každém průmětu další bod, o kterém budeme vědět, že na elipse leží. Pomocí hlavních přímek určíme chybějící průměty bodů, tj. body K1, L1, A2, B2.



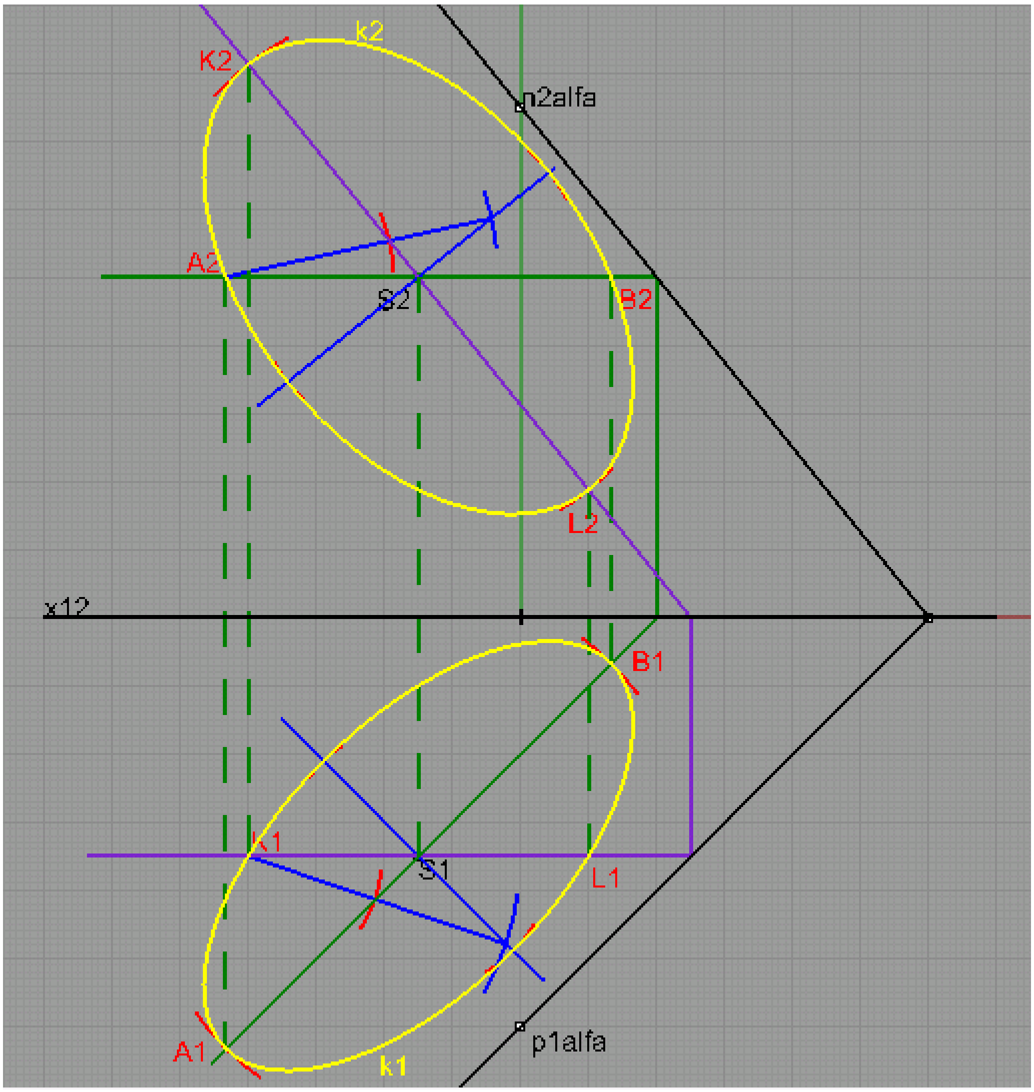
Pro určení délky vedlejší poloosy elipsy v půdorysu použijeme proužkovou konstrukci a bod K1.



Analogický postup použijeme pro určení délky vedlejší poloosy v nárysu



V tuto chvíli máme již dostatečně určené hledané sdružené průměty kružnice *k.* Jde o elipsu k1 v půdorysně a elipsu k2 v nárysně. Pro jejich vykreslení by se na papíře s výhodou využily hyperoskulační kružnice. My však využijeme Rhino a necháme si od něj vykreslit elipsy pomocí **Křivka/Elipsa/Střed**.



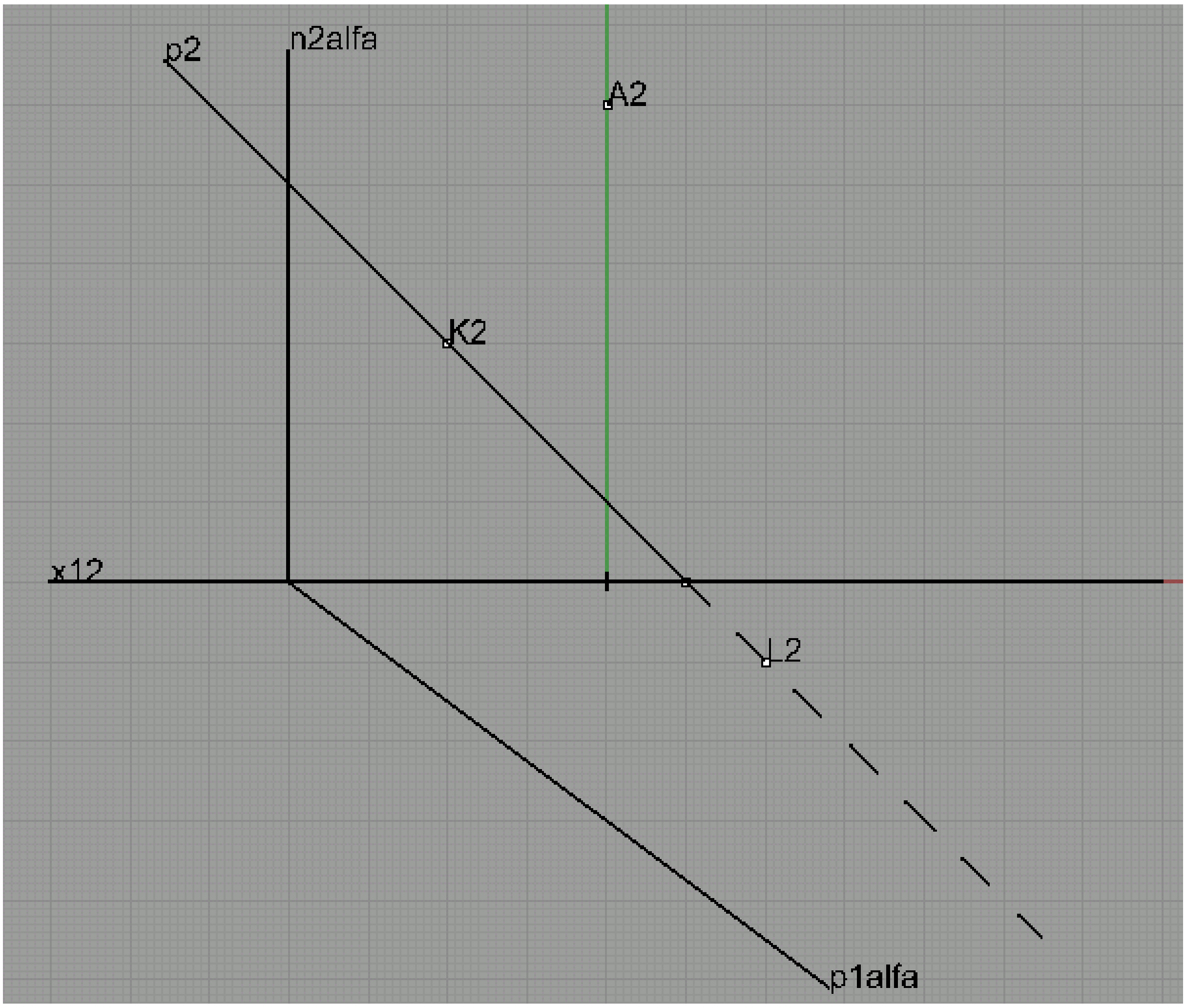
Příklad 7 (str. 50/29): Zobrazte sdružené průměty kružnice, která vznikne otáčením bodu A[-20,55,60] kolem přímky *o*=KL, K[-35,15,20], L[40,60,80].

Návod:

- Bodem A vedeme rovinu alfa kolmou k přímce *o*.
- Určíme průsečík S přímky *o* s rovinou alfa.
- Sklopením určíme skutečnou velikost úsečky AS (půjde o skutečný poloměr hledané kružnice).
- Dále postupujeme jako v předchozím příkladu, protože známe střed S hledané kružnice, její poloměr a rovinu alfa, ve které tato kružnice leží.

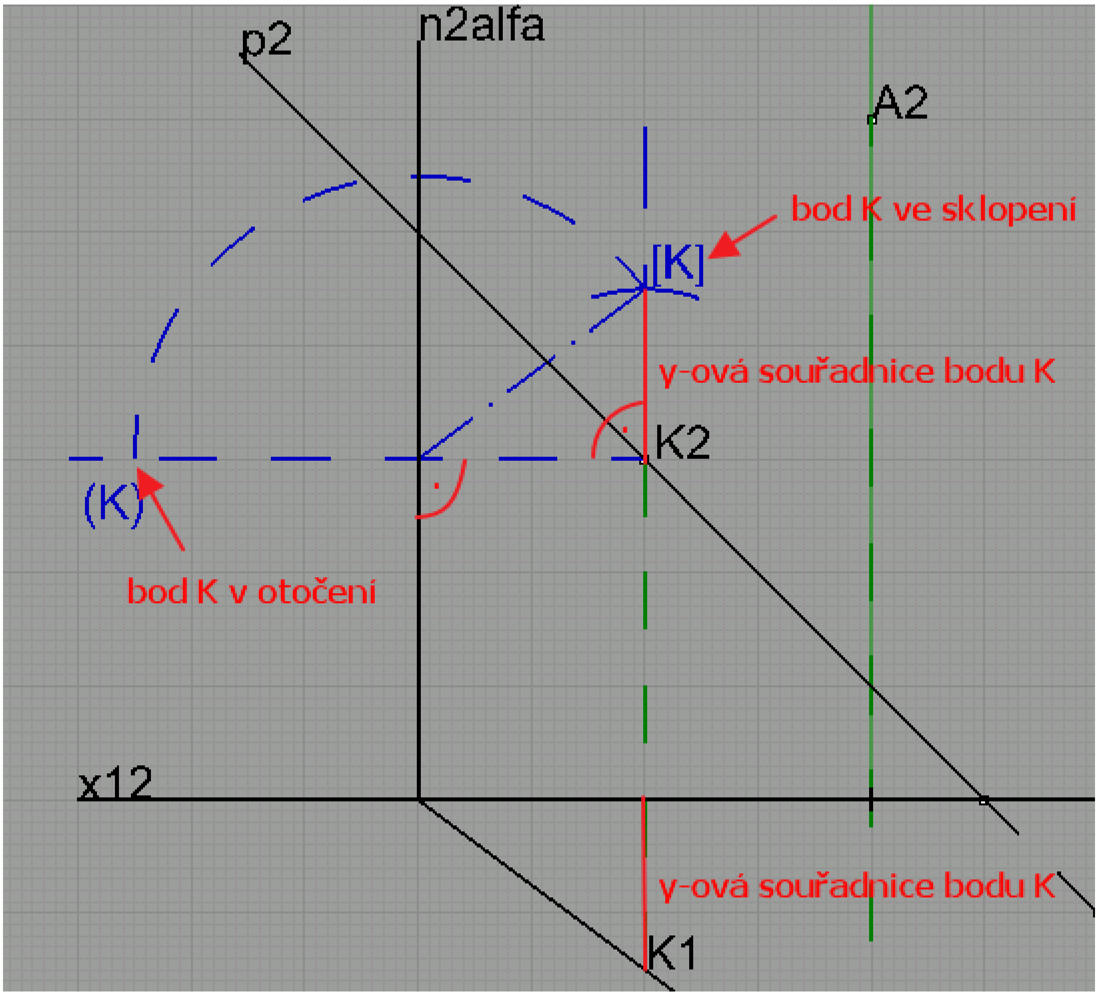
Příklad 8 (str. 50/26): V rovině alfa(40,30,∞) sestrojte sdružené průměty rovnostranného trojúhelníka ABC. Trojúhelník je určen vrcholem A[0,?,60] a jeho strana BC leží na přímce *p*=KL, K[20,?,30], L[-20,?,-10].

Návod: Zadání vypadá po vynesení takto:



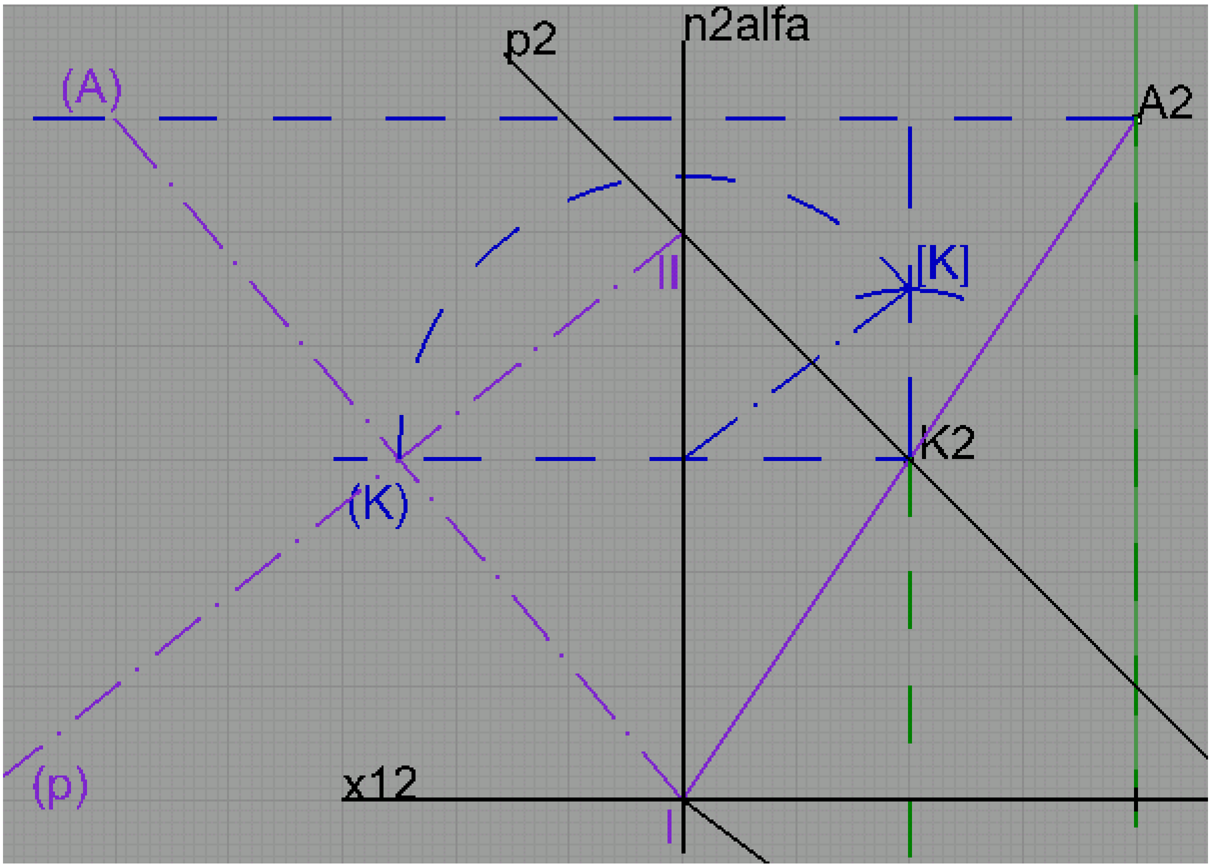
Rovina alfa je kolmá k půdorysně, všechny půdorysy bodů i přímek v ní ležících leží na půdorysné stopě a na příslušné ordinále. Rovnostranný trojúhelník ABC má sdružené průměty A1B1C1 a A2B2C2 a jako rovnostranný (tedy nezkreslený) ho uvidíme po otočení roviny alfa do půdorysny, nebo do nárysny. Rozhodneme se například pro otočení do nárysny.

Otočíme bod K kolem nárysné stopy roviny alfa:



Získali jsme bod (K), tj. bod K v otočení.

Pomocí osové afinity sestrojíme (p) a (A)



V otočení sestrojíme rovnostranný trojúhelník (A)(B)(C) se stranou (B)(C) ležící na přímce (p). Poté vrátíme body B a C do nárysu a do půdorysu. Vytáhneme sdružené průměty hledaného trojúhelníka.