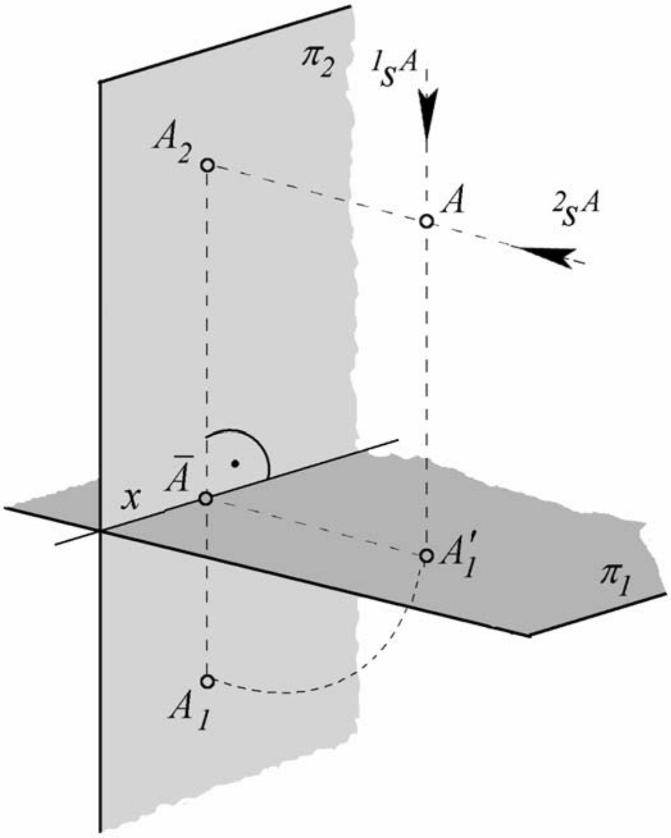
8 Mongeovo promítání

Pomocí metod uvedených v kapitolách 3. 4., 3. 6. bychom mohli promítnout do roviny libovolný útvar $\mathcal{U} \subset E^3$. V praxi však většinou nestačí sestrojit jeden průmět. Z průmětu útvaru $\mathcal{U}$ je většinou třeba vyčíst řadu vlastností „původního“ útvaru. Avšak bod P_1 v jedné průmětně je obrazem nekonečně mnoha bodů (totiž všech, které leží na promítací přímce se stopníkem P_1). Kvůli jednoznačnosti promítání se zavádí buď více promítání na jednu průmětnu, anebo jedno promítání na více průměten. K nejčastěji používaným promítáním na dvě průmětny patří Mongeova projekce.

8. 1 Zobrazení bodu

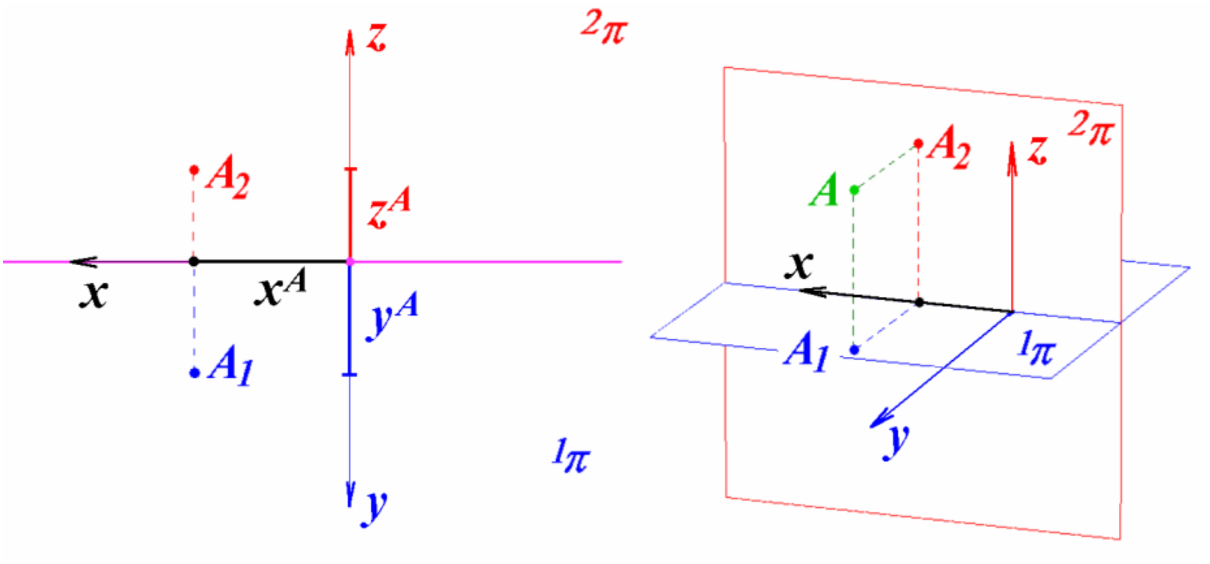


V prostoru E^3 nyní uvažujme dvě navzájem kolmé průmětny π_1; π_2 (půdorysnu a nárysnu), jejich průsečnici $x = \pi_1 \cap \pi_2$ nazveme základnicí. Libovolný bod $A = [a_x; a_y; a_z] \in E^3$ promítneme kolmo do půdorysny a kolmo do nárysny. Získáme tak dva průměty bodu A - půdorys $\bar{A}_1$ a nárys A_2. Promítací přímky $^1s^A$; $^2s^A$ bodu A při promítání do půdorysny resp. do nárysny jsou na sebe kolmé a rovina σ^A, která je jimi určena, je kolmá na obě průmětny $\pi_1; \pi_2$, protože obsahuje kolmice na obě tyto roviny. Přímky $^1s^A$; $^2s^A$ jsou různoběžné a kolmé na základnici, kolmá na základnici je tedy i rovina $\sigma^A \equiv {}^1s^A; {}^2s^A$.Označíme-li $\bar{A} = \sigma^A \cap x$, pak body $\bar{A}; \bar{A}_1$ leží na kolmici k základnici (podobně i body $\bar{A}; A_2$).

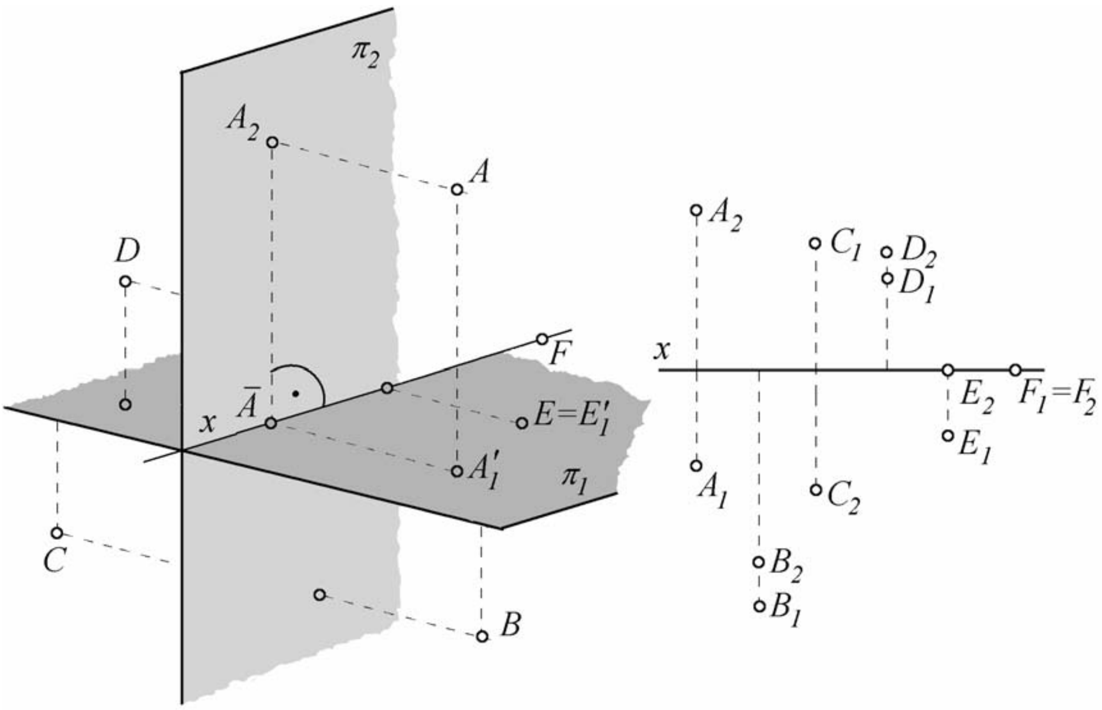
Při výše popsaném promítání leží průměty bodů ve dvou různých rovinách a naším cílem je zobrazit prostorový útvar v jedné rovině. Průmětnu π_1 proto otočíme kolem základnice do průmětny π_2. Použijeme tedy zobrazení $\mathcal{R}(x; 90^\circ)$, tj. otočíme kolem základnice o pravý úhel. Bod $\bar{A}_1$ se přitom otočí do bodu A_1, který rovněž nazveme půdorys bodu A. Je zřejmé, že body $\bar{A}; A_1; A_2$ leží na téže přímce kolmé k základnici.

Uvažujme naopak průmětnu π_2 a v ní ležící základnici a dva body $A_1; A_2$, které leží na kolnici k základnici. Bod A_1 otočíme o pravý úhel okolo základnice (v opačném smyslu než v předchozím postupu) a dostaneme tak bod $\bar{A}_1$ a sestrojíme přímky $^1s^A$; $^2s^A$ procházející body $\bar{A}_1; A_2$ a kolmé na $\pi_1; \pi_2$. Protože se jedná o různoběžky, mají společný bod, který označme A.

Výše uvedeným způsobem jsme sestrojili prosté zobrazení, které každému bodu $A \in E^3$ jednoznačně přiřazuje uspořádanou dvojici bodů $[A_1; A_2] \in \pi_2 \times \pi_2$. Jedná se tedy o bijekci $\mathcal{M} : E^3 \to \pi_2 \times \pi_2$. Tuto bijekci nazýváme Mongeovým promítáním. Body $A_1; A_2$ nazýváme sdružené průměty bodu A, kolmici, kterou určují, nazýváme ordinála.

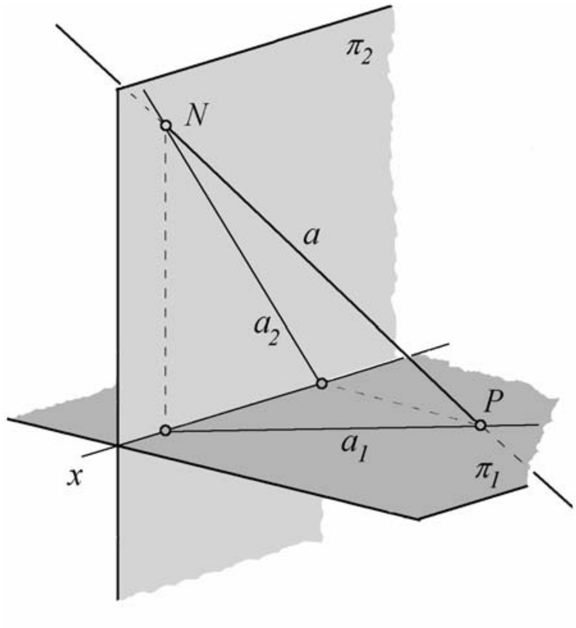


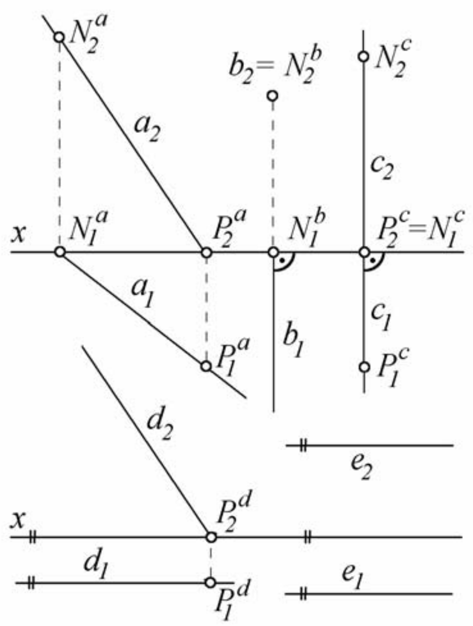
Velikosti úseček $\overline{AA_1}$ resp. $\overline{AA_2}$ jsou zřejmě rovny vzdálenosti bodu A od průmětny π_1 resp. π_2. Pro bod $P \in \pi_1$ je speciálně $P_2 \in x$, pro $N \in \pi_2$ je $N_1 \in x$.



Na připojeném obrázku jsou sestrojeny sdružené průměty bodů s různými polohami vůči průmětnám.

8. 2 Zobrazení přímky a roviny



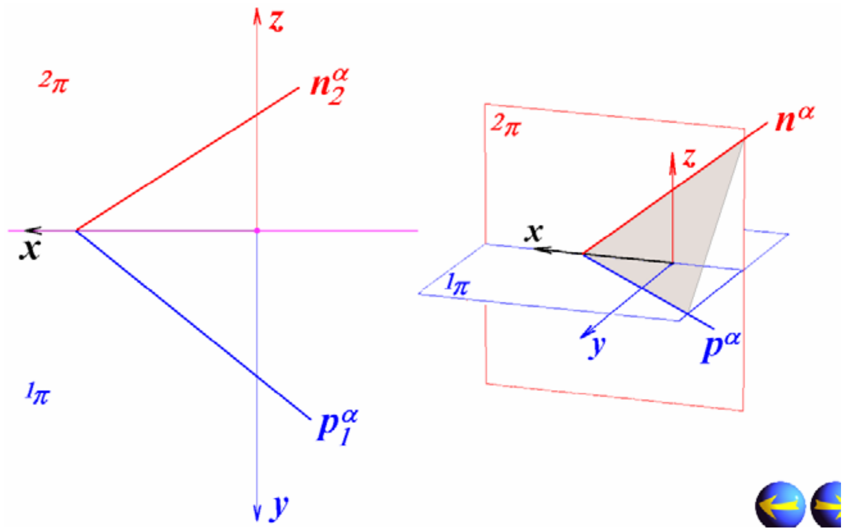


1. Jedna přímka: Průmětem přímky je podle odst. 3 kpt. 3. 6. buď přímka, anebo bod. Půdorysný i nárysný stopník přímky má (jako každý bod v Mongeově projekci) svůj půdorys a nárys. Hovoříme pak např. o půdorysu půdorysného stopníku přímky a (P_1^a), nárysu půdorysného stopníku přímky a (P_2^a), podobně pro nárysný stopník. Na připojeném obrázku jsou sestrojeny průměty přímek s různými polohami vůči průmětnám. Přímka a, která je ilustrována „prostorově", nemá vůči průmětnám ani základnici žádnou speciální polohu. Dále platí: $b \perp \pi_2$; $c \perp x$; $d \parallel \pi_2$; $e \parallel x$.

Vlastnosti průmětů dvou přímek jsou důsledkem odst. 3 kpt. 3. 6.

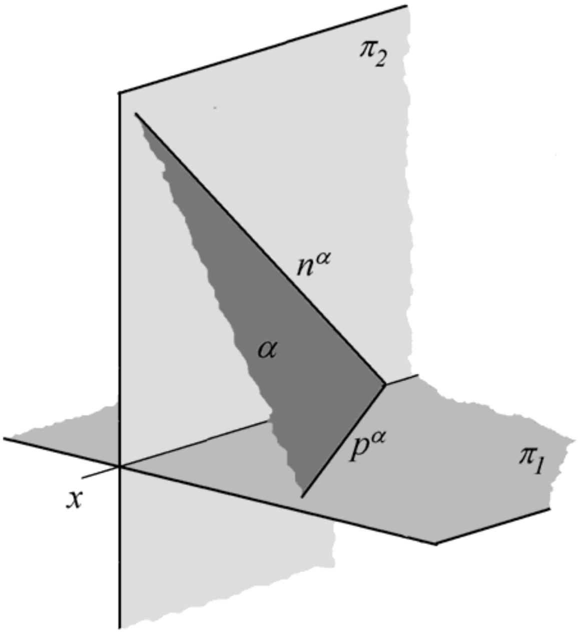
2. Rovnoběžky: Půdorysem a nárysem dvou různých rovnoběžek jsou opět rovnoběžky (v jednom z těchto průmětů mohou splynout do jesdné přímky).

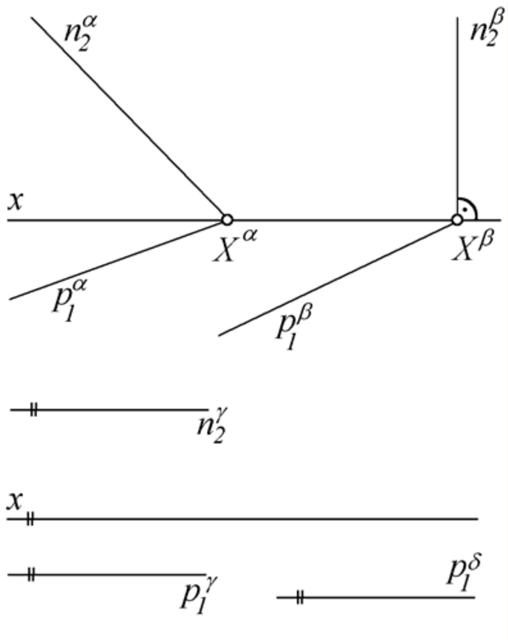
3. Různoběžky: Půdorysem a nárysem dvou různoběžek jsou buď dvě dvojice různoběžek, přičemž průsečík půdorysů a nárysů jsou sdružné průměty téhož bodu (průsečíku), anebo jedním průmětem jsou různoběžky a druhým jediná přímka (to v případě, že různoběžky leží v promítací rovině).



4. Mimoběžky: Půdorysem a nárysem dvou mimoběžek jsou buď dvě dvojice různoběžek, přičemž průsečík půdorysů a nárysů nejsou sdružné průměty téhož bodu, anebo jedním průmětem jsou různoběžky a druhým dvě různé rovnoběžky (to v případě, že každá z mimoběžek leží v promítací rovině).

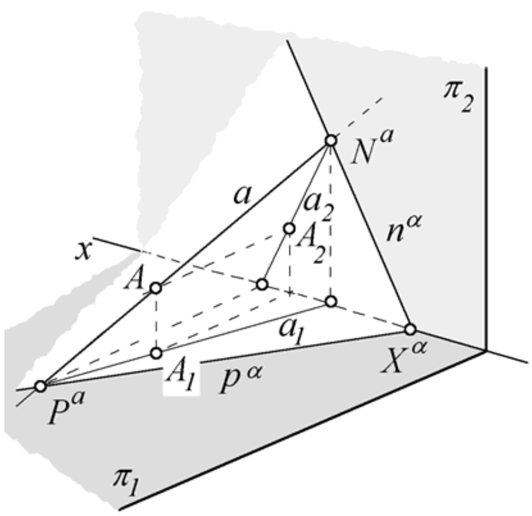
Rovina α má v Mongeově projekci dvě stopy – půdorysnou p^{α} a nárysnou n^{α}. Není-li tato rovina rovnoběžná se žádnou s průměten, jsou obě tyto stopy vlastní.

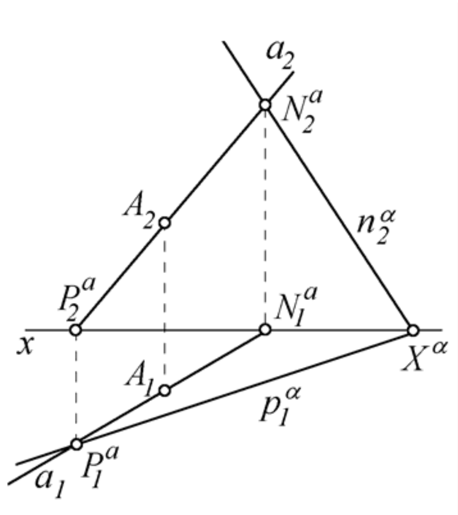




Na připojeném obrázku jsou sestrojeny některé roviny. Rovina α (která je znázorněna i prostorově) nemá vůči průmětnám ani základnici žádnou speciální polohu. V tom případě je $\alpha \cap x = X^{\alpha}$ a rovněž $p^{\alpha} \cap n^{\alpha} = X^{\alpha}$. Dále platí $\beta \perp \pi_1$; $\gamma \parallel x$; $\delta \parallel \pi_2$ (její nárysná stopa je nevlastní).

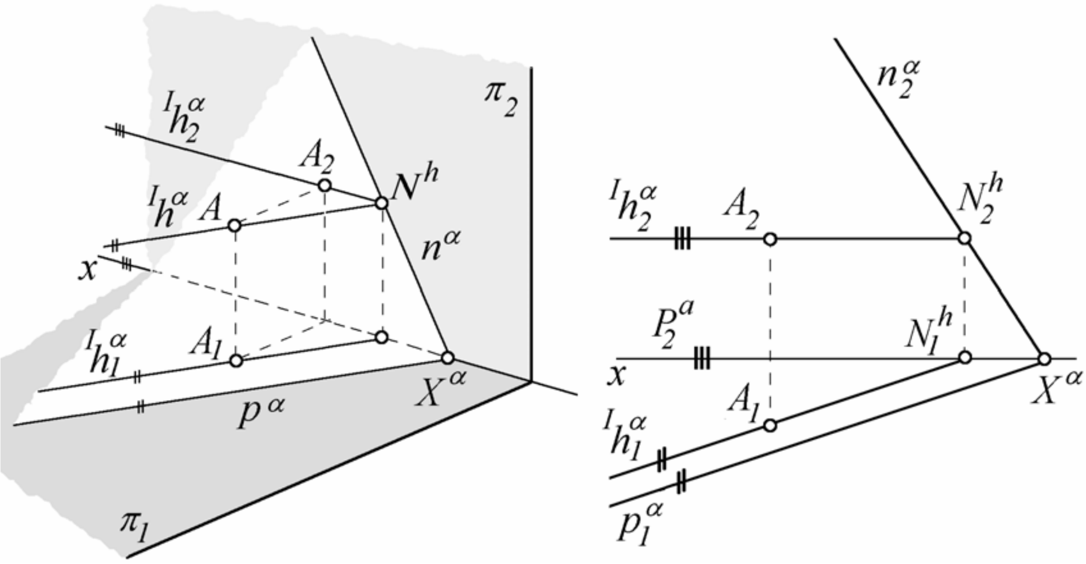
5. Přímka a bod v rovině: Sestrojíme-li v rovině α libovolnou přímku a, pak pro její půdorysný stopník P^{a} platí $P^{a} \in \alpha$ a současně $P^{a} \in \pi_1$. Znamená to, že $P^{a} \in p^{\alpha}$. Podobně $N^{a} \in n^{\alpha}$. Tyto vlastnosti umožňují „zrekonstruovat“ přímku ležící v rovině zadané svými stopami na základě znalosti jednoho průmětu. Rovněž tak bod: známým průmětem (např. A_1) proložíme příslušný průmět libovolné přímky (např. a_1), která leží v dané rovině Zrekonstrujeme průmět chybějící (zde a_2) a ordinálou také chybějící průmět bodu (zde A_2) – viz připojený obrázek. Bod A tak leží na přímce a, přímka a v rovině α. Podle axiomu I7 tedy bod A leží v rovině α.





6. Hlavní přímky: Výše uvedeným způsobem se však postupuje většinou jen v případě roviny rovnoběžné se základnicí. V případě $\alpha \nparallel x$ se hojně využívá hlavních přímek. Každým bodem $A \in \alpha$ prochází právě jedna přímka, která leží v rovině α a je současně rovnoběžná s půdorysnou - **hlavní přímka první osnovy** ${}^{I}h^{\alpha}$ a právě jedna přímka roviny α rovnoběžná s nárysnou - **hlavní přímka druhé osnovy** ${}^{II}h^{\alpha}$. Hlavní přímka první osnovy je rovnoběžná s půdorysnou stopou, podle 3. 6. 4. je tedy její půdosys rovnoběžný s půdorysem půdorysné stopy. Z analogického důvodu je nárys hlavní přímky druhé osnovy rovnoběžný s nárysem nárysné stopy.

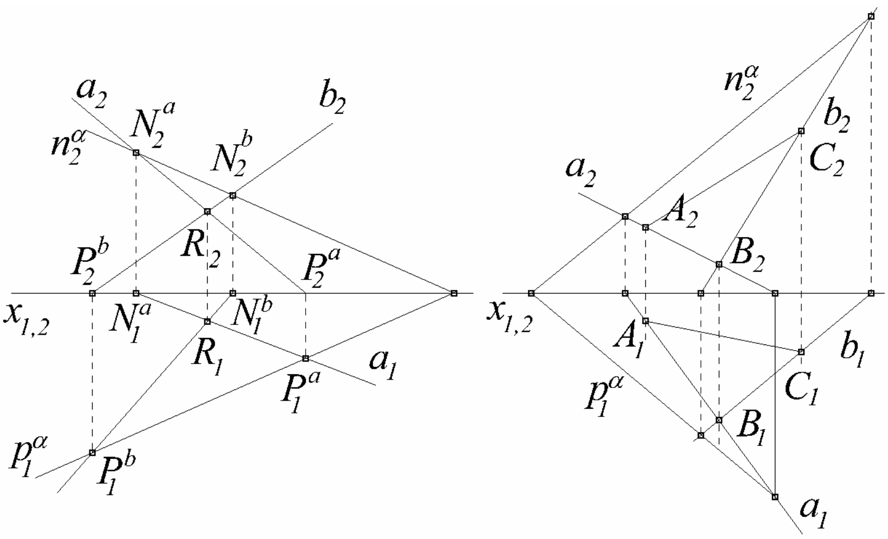
Na připojeném obrázku je rekonstruován bod ležící v rovině α pomocí hlavní přímky první osnovy. Zcela analogicky lze použít též hlavní přímku druhé osnovy. Nárys hlavní přímky druhé osnovy je rovnoběžný s nárysnou stopou, její půdorys se základnicí.



7. Spádové přímky: Spádová přímka první osnovy je kolmá k půdorysné stopě roviny. Půdorysná stopa roviny je rovnoběžná s půdorysnou (dokonce v ní leží), podle 3. 6. 6. je tedy půdorys spádové přímky první osnovy kolmý na půdorysnou stopu. Analogicky nárys spádové přímky druhé osnovy je kolmý na nárysnou stopu roviny.

8. Rovina určena dvěma přímkami, třemi body: Je-li rovina určena dvěma přímkami, sestrojíme jejich stopníky, kterými musejí procházet stopy roviny. Na připojeném obrázku jsou sestrojeny půdorysné stopníky přímek a; b, nárysný stopník stačí pak jen jeden.

Je-li rovina určena třemi svými body, vezmeme libovolné dvě strany takto daného trojúhelníka a aplikujeme předchozí konstrukci.

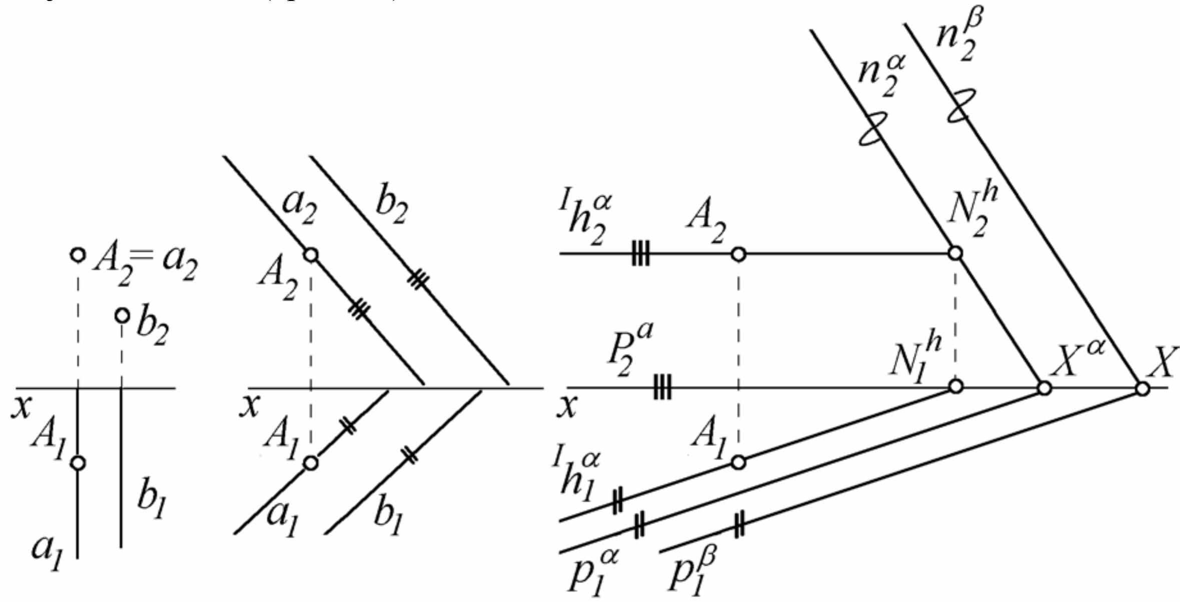


8. 3 Základní polohové úlohy

Polohové úlohy, jak sám název napovídá, řeší vzájemnou polohu geometrických útvarů. K základním polohovým úlohám patří:

a) Daným bodem vést k dané přímce rovnoběžku
b) Daným bodem vést k dané rovině rovnoběžnou rovinu
c) Sestrojení průsečnice dvou daných rovin
d) Sestrojení průsečíku dané přímky s danou rovinou

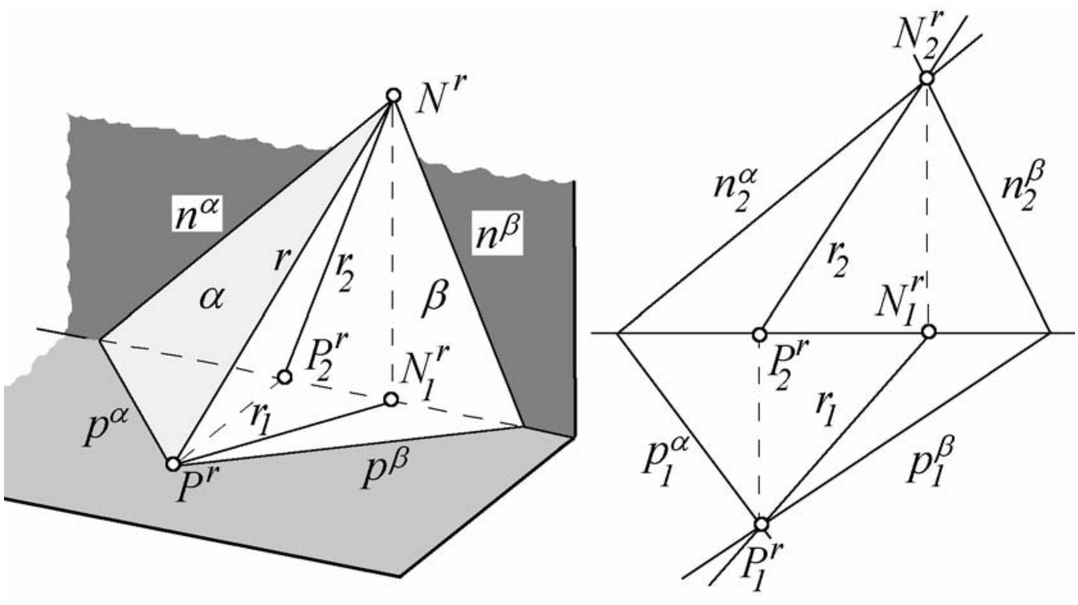
a) Daným bodem A **vést přímku** a **rovnoběžnou s danou přímkou** b: Promítání do půdorysny i nárysny je rovnoběžné. Průmětem rovnoběžek jsou tedy podle 2.6.4. dva body, anebo dvě rovnoběžky. Průmětem přímky je bod právě tehdy, jedná-li se o promítací přímku. Půdorysem dvojice přímek kolmých na půdorysnu je tedy dvojice bodů, jejich nárysem pak dvojice kolmic na 7základnici. V případě kolmic na nárysnu (tento případ je znázorněn na dalším obrázku vlevo) je nárysem dvojice bodů, půdorysem dvojice kolmic na základnici. V případě, že přímka má vzhledem k průmětnám obecnou polohu, je půdorysem i nárysem dvojice rovnoběžek (uprostřed).



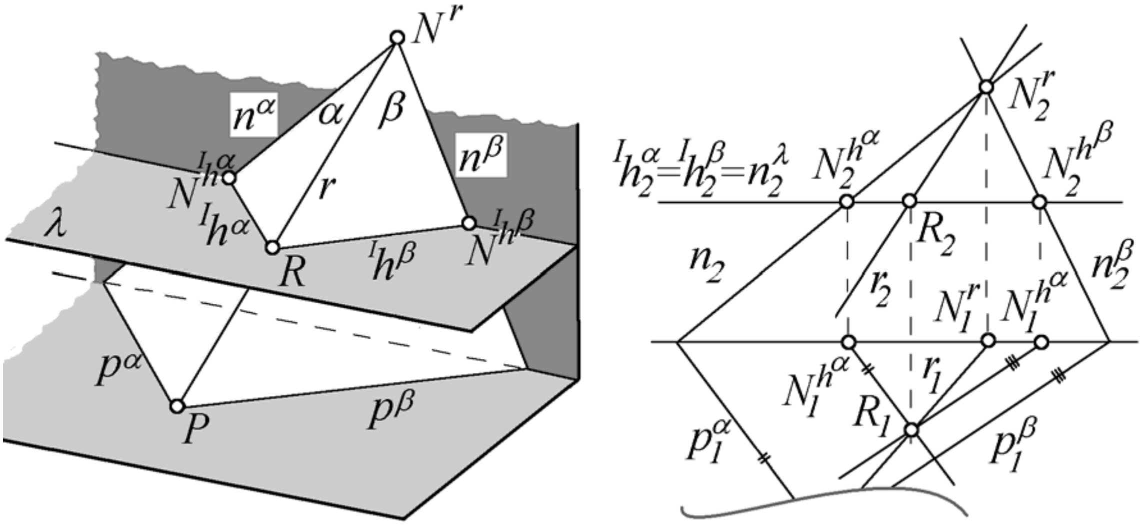
b) Daným bodem A **vést rovinu** α **rovnoběžnou s danou rovinou** β**:** Průsečnice dvojice rovnoběžných rovin s třetí rovinou jsou rovnoběžné. Jestliže tedy pro roviny $\alpha;\beta$ je $\pi_1 \nparallel \alpha \parallel \beta \nparallel \pi_2$, je také $p^\alpha \parallel p^\beta \parallel {}^I h^\alpha \parallel {}^I h^\beta$; $n^\alpha \parallel n^\beta \parallel {}^{II} h^\alpha \parallel {}^{II} h^\beta$. Toho využijeme při řešení úlohy: Daným bodem A vedeme ${}^I h^\alpha \parallel p^\beta$, nárysem N_2^h jejího nárysného stopníku prochází nárys nárysné stopy hledané roviny (viz připojený obrázek vpravo).

c) Nalézt průsečnici r **daných dvou rovin** α **;** β: Nejčastěji nacházíme stopníky průsečnice – využíváme skutečnosti, že $P^r \in p^\alpha \cap p^\beta$; $N^r \in n^\alpha \cap n^\beta$.

Je-li některý stopník nepřístupný, využijeme rovinu λ rovnoběžnou s některou z průměten. Ta protne roviny α ; β: v hlavních přímkách – průsečík těchto hlavních přímek leží na hledané průsečnici. Jsou-li nepřístupné oba stopníky, prokládáme podobným způsobem dvě roviny. Na připojeném obrázku je ilustrován nepřístupný půdorysný stopník a sestrojení průsečnice pomocí roviny $\lambda \parallel \pi_1$



.

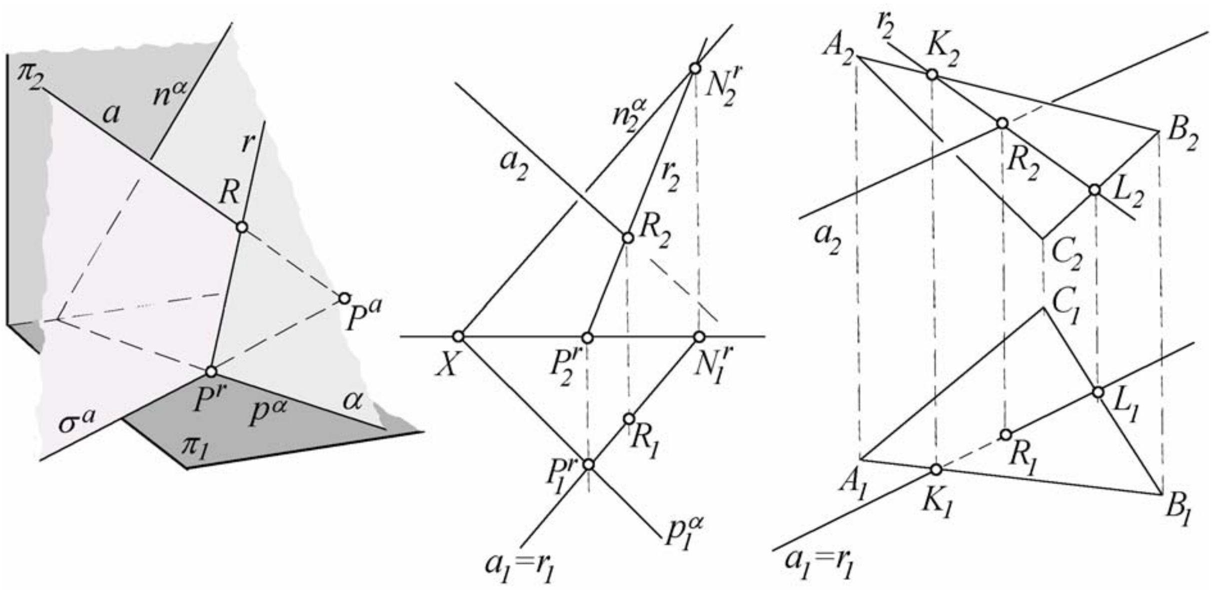


d) Nalézt průsečík R dané přímky a s danou rovinou α :

Metoda promítací roviny: Přímkou a proložíme promítací rovinu σ^a a sestrojíme její průsečnici r s danou rovinou α . Ta protne přímku a v hledané průsečíku R .

Metoda krycí přímky: Půdorysná stopa p^{σ^a} promítací roviny σ^a splyne s půdorysem a_1 dané přímky a a rovněž s půdorysem r_1 přímky r . Proto lze stejnou konstrukci zdůvodnit také tzv. krycí přímkou: Sestrojíme přímku r , jejíž půdorys r_1 se kryje s půdorysem a_1 přímky a tak, aby přímka r ležela v rovině α . Průsečík R přímek a ; r je hledaný průsečík přímky a s rovinou α . Přímku a lze analogickým způsobem „pokrýt“ i v nárysu.

Na připojeném obrázku je ilustrována promítací rovina kolmá na půdorysnu a „pokrytí“ přímky v půdorysu. Vpravo je znázorněn případ, kdy rovina není zadána stopami, ale třemi body. Je zvolena přímka r , jejíž půdorys se kryje s půdorysem přímky a . Půdorys r_1 protíná strany A_1B_1 ; B_1C_1 v bodech $K_1;L_1$. Protože $r \subset \alpha \equiv ABC$, musí být $K_2 \in A_2B_2$, $L_2 \in B_2C_2$.



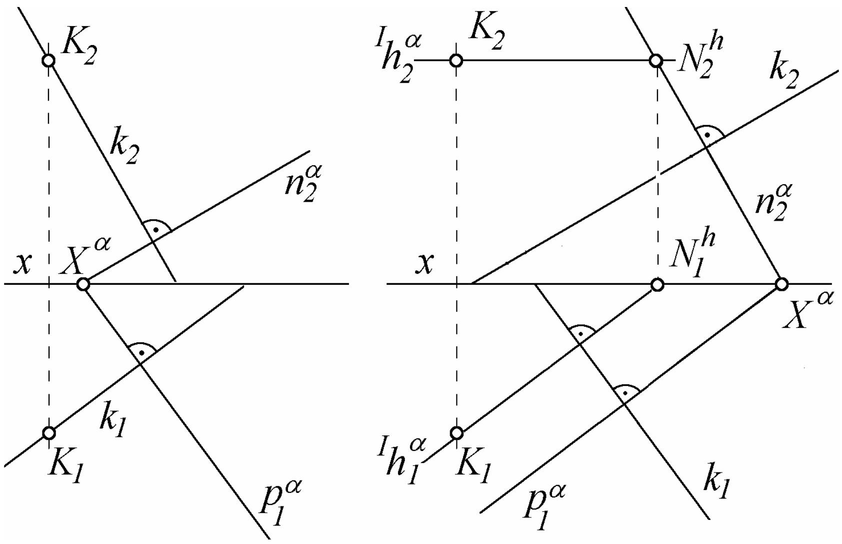
8. 4 Základní metrické úlohy

Z kapitoly 2. 3. víme, že měření úseček a úhlů bylo umožněno zavedením shodnosti. Metrické úlohy jsou tedy úlohy, ve kterých využíváme právě axiomy shodnosti. Ať už přímo – měření úseček a úhlů není ničím jiným, než porovnáváním úsečky s jednotkovou úsečkou, popř. úhlu s jednotkovým úhlem, anebo nepřímo: axiomy shodnosti potřebujeme např. při práci s pravým úhlem (shodnost je totiž „skryta“ v jeho definici – viz def. 2. 3. 25a).

K základním metrickým úlohám patří:

a) Daným bodem vést přímku kolmou k dané rovině
b) Daným bodem vést rovinu kolmou k dané přímce
c) Sklápění promítací roviny
d) Otáčení obecné roviny

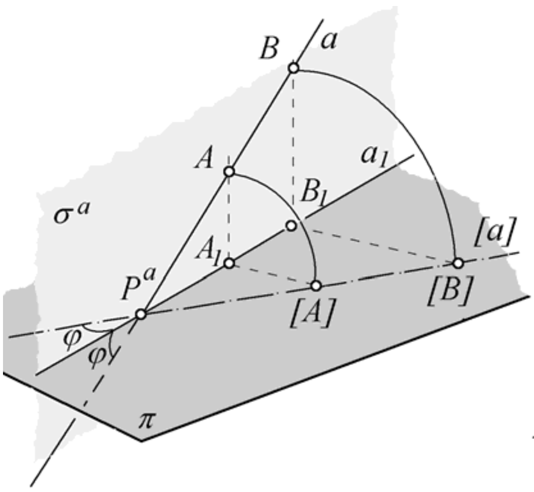
a) Daným bodem K sestrojit kolmici k k dané rovině α : Má-li být $k \perp \alpha$, pak přímka k musí být kolmá ke všem přímkám roviny α. Protože je speciálně $k \perp {}^{I}h^{\alpha}$ a současně ${}^{I}h^{\alpha} \parallel \pi_1$, je $k_1 \perp {}^{I}h_1^{\alpha}$ a speciálně pak $k_1 \perp p_1^{\alpha}$. Z téhož důvodu je $k_2 \perp {}^{II}h_2^{\alpha}$ a $k_2 \perp n_2^{\alpha}$ (viz obrázek vlevo).

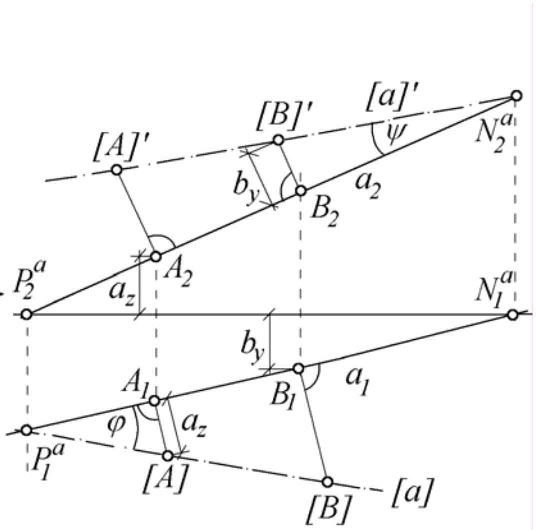


b) Daným bodem K sestrojit rovinu α kolmou k dané přímce k: Využijeme stejných vlastností jako v předchozím případě: Bodem K vedeme buď ${}^{I}h^{\alpha}$ (${}^{I}h_1^{\alpha} \perp k_1$), anebo ${}^{II}h^{\alpha}$ (${}^{II}h_2^{\alpha} \perp k_2$). Nárys n_2^{α} nárysné stopy n^{α} roviny α pak prochází nárysem nárysného stopníku přímky ${}^{I}h^{\alpha}$ (půdorys p_1^{α} půdprysné stopy p^{α} roviny α prochází půdorysem půdorysného stopníku přímky ${}^{II}h^{\alpha}$). Průměty stop roviny α jsou v obou případech kolmé k příslušným průmětům přímky k (viz obrázek vpravo).

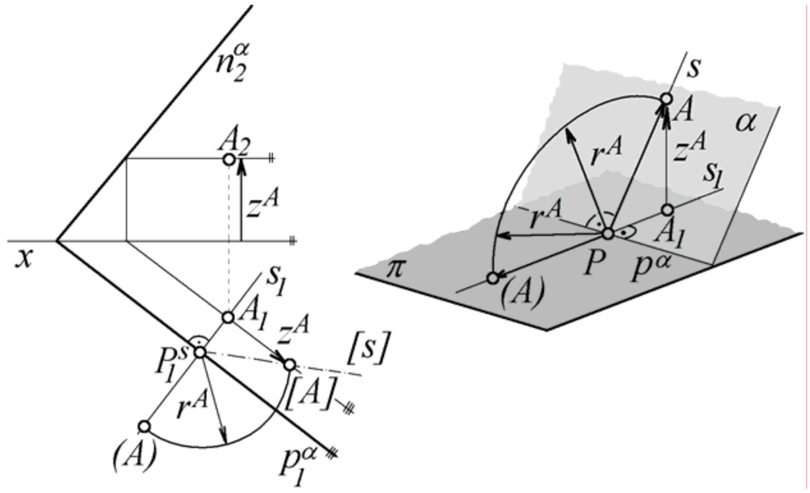
c) Sklápění promítací roviny: používáme při konstrukci velikostí úseček a odchylek přímek a rovin od průměten. Kolmé promítání obecně nezachovává velikosti úseček ani úhlů. Tyto velikosti se zachovají pouze v případě, leží-li úsečka či úhel v rovině rovnoběžné s průmětnou (nebo speciálně přímo v průmětně).

Mějme dány body $A;B$ a sestrojme velikost úsečky AB, a odchylky $\varphi_1;\varphi_2$ od průměten. Uvažujme promítací rovinu σ^a přímky $a \equiv AB$, která je kolmá na půdorysnu, a otočme ji kolem půdorysu a_1 přímky a o pravý úhel, tj. zobrazme ji ve zobrazení $\mathscr{R}(a;90^{\circ})$. sestrojme body $[A];[B]$ takto: $A_1[A] \perp AA_1$; $|A_1[A]| = |AA_1| = a_z$; $|B_1[B]| = |BB_1| = b_z$; $[B] \in a_1.[A] \Leftrightarrow B \in a_1.A$ viz připojený obrázek vlevo. Díky shodnostem trojúhelníků $\Delta P_a AA_1 \cong \Delta P_a [A] A_1$; $\Delta P_a BB_1 \cong \Delta P_a [B] B_1$ je $|AB| = |[A][B]|$; $|\sphericalangle P_a AA_1| = |\sphericalangle P_a [A] A_1| = \varphi$. Sklopení přímky a do půdorysny je pak zřejmé ze situace vpravo. Hledaná velikost $|AB|$ úsečky AB je rovna velikosti $|[A][B]|$ úsečky $[A][B]$. Odchylka přímky a od půdorysny je pak rovna úhlu φ. Zcela analogicky provedeme sklopení do nárysny. Zde je $|AB| = |[A][B]| = |[A]'[B]'|$ a odchylka přímky a od nárysny je rovna úhlu ψ.

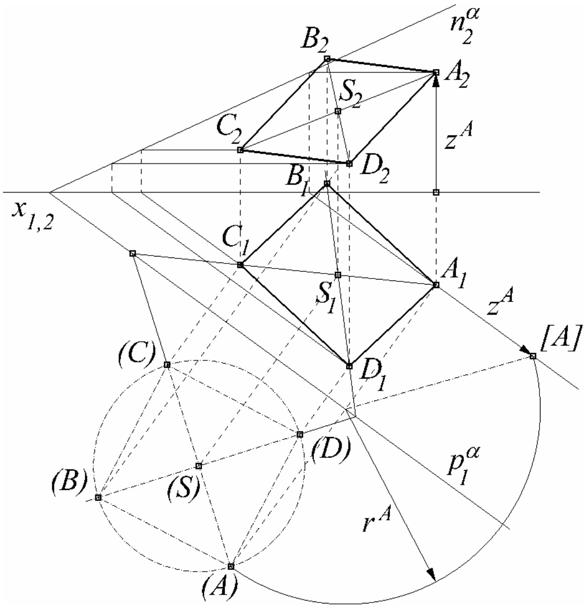




d) Otáčení obecné roviny: používáme při řešení konstrukčních úloh v obecné rovině (viz následující kapitola). Na připojeném obrázku je sestrojeno otočení (A) bodu $A \in \alpha$ do půdorysny kolem půdorysné stopy p^{α} roviny α. Roviny $\pi;\alpha$ a dvojice bodů $A \in \alpha$; $(A) \in \pi$ určují osovou afinitu mezi rovinami, jejíž průmět do půdorysny je podle (dohledat) osovou afinitou v půdorysně. Tuto afinitu určuje půdorys půdorysné stopy p_1^{α} a dvojice odpovídajících si bodů $A_1;(A)$. K otáčení dalších bodů roviny α lze tedy použít této afinity.

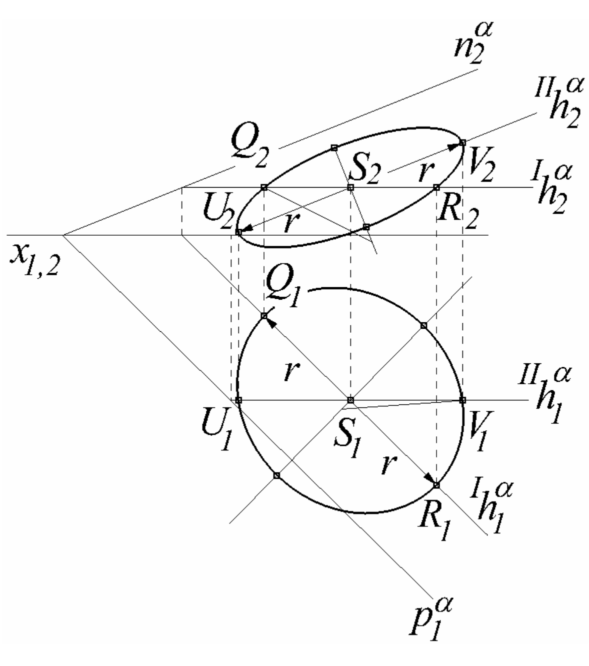


8. 5 Planimetrické úlohy v obecné rovině



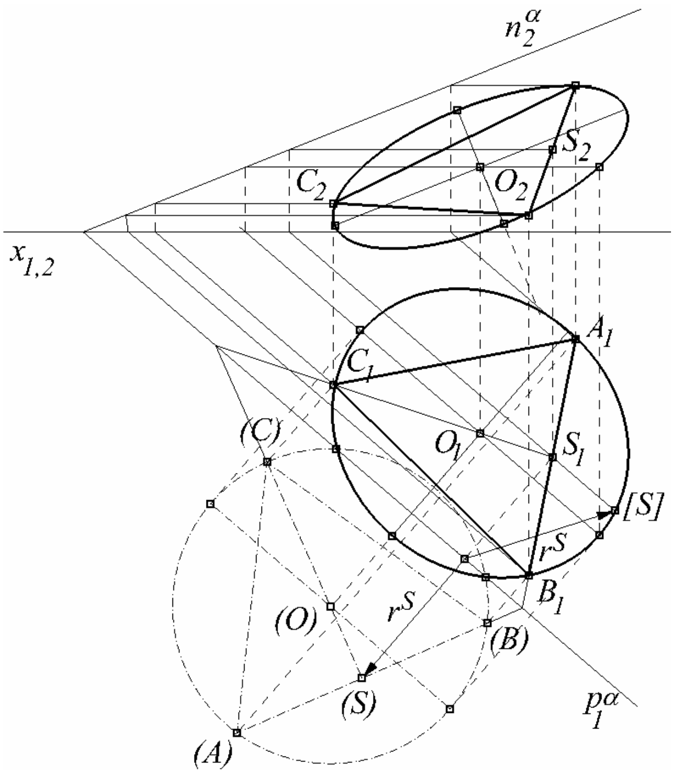
1 Příklad. Čtverec v obecné rovině: Sestrojme čtverec $ABCD$ v rovině α, je-li rovina dána svými stopami a je znám půdorys úhlopříčky čtverce.

Řešení: Jedná se o planimetrickou úlohu, kterou je třeba řešit v rovině kolmé ke směru promítání – rovinu α je tedy třeba otočit buď do půdorysny, anebo do nárysny – my budeme otáčet do půdorysny. Pomocí hlavních přímek nejdříve doplníme chybějící nárys úhlopříčky. Dále otočíme bod A nebo C do půdorysny – v našem případě je otočen bod A (poloměr otáčení r^A zjištěn sklopením bodu A). Dále využijeme skutečnosti, že přímka $A(A)$ definuje směr osové afinity mezi rovinami α; π_1, jejímž průmětem do roviny π_1 je osová afinita $Af\left(p_1^\alpha; A_1; (A)\right)$ s osou v půdorysné stopě p_1^α roviny α a dvojicí odpovídajících si bodů A_1; (A). V této afinitě sestrojíme bodu C_1 jeho obraz (C). Nad úhlopříčkou $(A)\,(C)$ nyní sestrojíme čtverec $(A)(B)(C)(D)$. Půdorys $A_1B_1C_1D_1$ hledaného čtverce pak setrojíme pomocí afinity $Af^{-1}: (B)(D) \rightarrow B_1D_1$. Nakonec pomocí hlavních přímek doplníme nárys.



2 Příklad. Kružnice v obecné rovině: Sestrojme kružnici $k(S;r)$ v dané rovině α.

Řešení: Předpokládejme, že rovina je dány svými stopami. V tom případě bývá střed S zadán jedním ze svých průmětů, druhý je třeba sestrojit (viz 4.2.5 resp. 4.2.6). Rovinu α však v tomto případě není třeba otáčet. Půdorysem i nárysem hledané kružnice je elipsa, jejíž hlavní osa leží na hlavní přímce první resp. druhé osnovy a má délku r. Označíme-li koncové body příslušného průměru v půdorysu $Q_1;R_1$ (v nárysu $U_2;V_2$) a z podmínky $Q;R \in \alpha$ ($U;V \in \alpha$) sestrojíme nárysy $Q_2;R_2$ (půdorysy $U_1;V_1$). Půdorys (nárys) kružnice pak sestrojíme jako elipsu s hlavní osou Q_1R_1 (U_2V_2), která prochází body $U_1;V_1$ ($Q_2;R_2$) – v obou případech použijeme proužkovou konstrukci.



3 Příklad: V rovině α jsou dány body $C;S$. Sestrojte rovnostranný trojúhelník $A;B;C$ ležící v α tak, že úsečka CS je jeho výškou. Tomuto trojúhelníku opište kružnici.

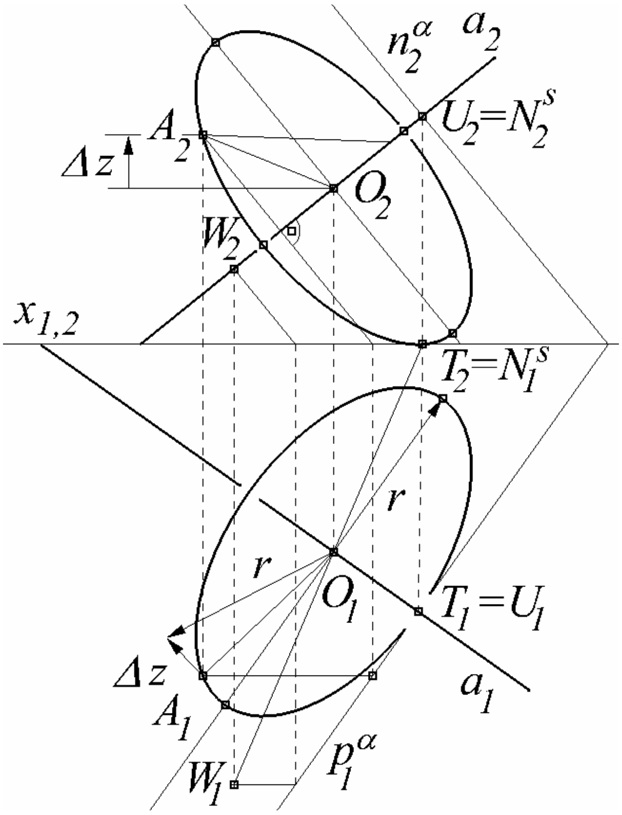
Řešení: spočívá ve správné posloupnost základních úloh tak, jak byly uvedeny v kapitolách 7. 3. a 7. 4. Zadanou rovinu je třeba pomocí zadaných bodů otočit do některé z průměten. V ní vyřešíme zadanou planimetrickou úlohu ba řešení pak otpčíme zpět do zadané roviny.

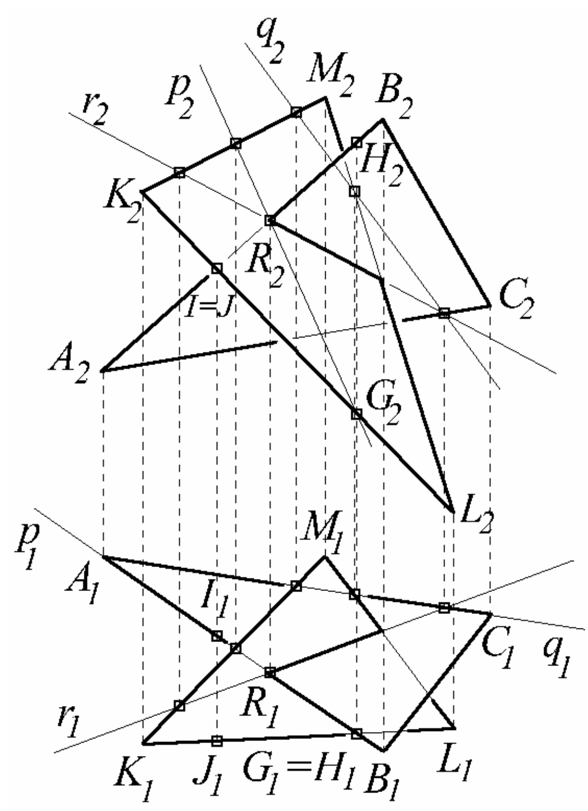
Předpokládejme, že rovina α je opět dána svými stopami a body $C;S$ jedním ze svých průmětů. Nejdříve je třeba sestrojit chybějící průměty bodů $C;S$, abychom mohli otáčet podle příkladu viz 7. 4. 4. Na připojeném obrázku jsme otáčeli do půdorysny, a to konkrétně bod S, k otočení bodu C pak byla využita osová afinita. V tomto otočení úlohu vyřešíme, tj. sestrojíme rovnostranný $\Delta(A)(B)(C)$ a opíšeme mu kružnici (k). Tato úloha je velmi jednoduchá, proto jsme vynechali body požadované úlohou 5. 5. 8. Trojúhelník otočíme zpět do půdorysny a sestrojíme chybějící průmět trojúhelníka. Dále otočíme do půdorysny střed (O) kružnice opsané a její půdoras resp. nárys sestrojíme dle předchozího příkladu.

8. 6 Některé další úlohy

1 Příklad. Je dán bod A, který rotuje kolem dané přímky a. Sestrojte jeho dráhu.
Řešení: Dráhou bodu A bude kružnice k, která leží v rovině $\alpha \perp a$; $A \in \alpha$. Je tedy třeba sestrojit tuto rovinu, dále bod $O \in \alpha \cap a$ - ten je středem hledané kružnice, pro její poloměr platí $r = |OA|$. Další postup – viz příklad 2. Dráha bodu A se v našem případě dotýká půdorysny v bodě T (půdorys tohoto bodu leží na půdorysné stopě roviny α, nárys na základnici), což je ovšem náhoda. V podobných úlohách je žádoucí vyřešit i viditelnost. Průsečíky průmětů přímky a kružnice nejsou průsečíky „skutečných“ útvarů. Na obrázku jsou vyznačeny body $T \in k$; $U \in a$, jejichž půdorysy splynou. Z nárysu je však zřejmé, že bod

$U \in a$ má větší z -ovou souřadnici, v půdorysu bude tedy viditelný právě bod U . Viditelnost v nárysu určíme analogicky.





2 Příklad. Jsou dány trojúhelníky ΔABC ; ΔKLM . Sestrojte jejich zásek.

Řešení: Zásek sestrojíme tak, že nalezneme průsečíky dvou stran jednoho trojúhelníka s rovinou trojúhelníka druhého. Tím prakticky jen dvakrát zopakujeme základní úlohu 4.3.d. Viditelnost v půdorysu i v nárysu je řešena pomocí dvou bodů, jejichž půdorysy resp. nárysy splývají. Na připojeném obrázku splývají půdorysy bodů $G \in KL$ a $H \in BC$**.** V půdorysu bude vidět ten z nich, který má větší z-ovou souřadnici. Tu zjistíme z nárysů těchto bodů. Je zřejmě $z^H > z^G$, v půdorysu je tedy vidět bod $H \in BC$. Z toho je zřejmá i viditelnost ostatních bodů. Pro řešení viditelnosti v nárysu jsme zvolili body $I \in AB$ a $J \in KL$. V nárysu bude vidět ten z nich, který má větší y-ovou souřadnici, tj. bod J (nárysy bodů $I; J$ jsou z nedostatku místa na obrázku bez indexů). Viditelnost dalších bodů je pak opět zřejmá.