

Diferenciál funkce

1. Je dána funkce $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, bod $A[2, 1]$ a přírůstek $\vec{h} = (0, 0,3, -0, 02)$.
 - a) Určete 2. diferenciál funkce $f(x, y)$.
 - b) Určete 2. diferenciál funkce $f(x, y)$ v bodě A .
 - c) Určete 2. diferenciál funkce $f(x, y)$ v bodě A při přírůstku \vec{h} .
2. Určete diferenciál funkce f v bodě A :
 - a) $f = e^x \cos y$, $A = [0, 0]$; *Výsledek:* dx .
 - b) $f = \frac{1}{x^2 + y^2}$, $A = [-1, 2]$; *Výsledek:* $\frac{2}{25} dx - \frac{4}{25} dy$.
 - c) $f = x^2 - 2xy - 3y^2$, $A = [-1, 1]$; *Výsledek:* $-4 dx - 4 dy$.
 - d) $f = e^{xy}$, $A = [0, 0]$; *Výsledek:* 0 .
 - e) $f = \cos x \sin y \cos z$, $A = [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, 0]$; *Výsledek:* $-\frac{\sqrt{2}}{2} dx$.
 - f) $f = y^x$, $A = [x, y]$; *Výsledek:* $y^{x-1}(y \ln y dx + x dy)$.
 - g) $f = x^{yz}$, $A = [x, y, z]$; *Výsledek:* $x^{yz-1}(yz dx + zx \ln x dy + xy \ln x dz)$.
3. Určete diferenciál funkce $f = \frac{x^2 - y^2}{xy}$ v bodě $[2, 2]$ přírůstkem $dx = 0, 03$, $dy = 0, 01$.
Výsledek: $0, 02$.
4. Naučte se odvodit vzorce pro první, druhý a třetí diferenciál funkce $f(x, y)$ a $f(x, y, z)$.
5. Určete první a druhý diferenciál funkce $f = e^x \cos y$ v bodě $[0, 0]$.
Výsledek: $df = dx$, $d^2 f = dx^2$.
6. Určete druhý diferenciál následujících funkcí:
 - a) $f = \frac{y}{x}$; *Výsledek:* $\frac{2y}{x^3} dx^2 - \frac{2}{x^2} dx dy$.
 - b) $f = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$; *Výsledek:* $\frac{1}{x^2 + y^2}((y^2 - x^2) dx^2 - 4xy dx dy - (y^2 - x^2) dy^2)$.
 - c) $f = e^{x-y^2} + \cos x$; *Výsledek:* $(e^{x-y^2} - \cos x) dx^2 - 4ye^{x-y^2} dx dy + (4y^2 - 2)e^{x-y^2} dy^2$.
 - d) $f = y \sin x + x \cos y$; *Výsledek:* $-y \sin x dx^2 + 2(\cos x - \sin y) dx dy - x \cos y dy^2$.
7. Určete druhý diferenciál funkce f v bodě A :
 - a) $f = e^{xy}$, $A = [0, 0]$; *Výsledek:* $2 dx dy$.
 - b) $f = \frac{z}{x^2 + y^2}$, $A = [1, 1, 0]$.
 - c) $f = x^2 y^2$, $A = [1, 1]$; *Výsledek:* $2 dx^2 + 8 dx dy + 2 dy^2$.
8. Určete třetí diferenciál funkce $e^x \cos y$.
Výsledek: $e^x(\cos y dx^3 - 3 \sin y dx^2 dy - 3 \cos y dx dy^2 + \sin y dy^3)$.
9. Určete první i druhý diferenciál funkce $z = 2x^2 - 3xy - 2y^2$.
Výsledek: $dz = (4x - 3y) dx - (3x + 2y) dy$, $d^2 z = 4 dx^2 - 6 dx dy - 2 dy^2$.