**Aplikace plošného integrálu 1. druhu**

$|\mathscr{S}| = \iint\limits_{\mathscr{S}} 1\,\mathrm{d}S$ vyjadřuje plošný obsah jednoduché hladké plochy $\mathscr{S}$.

$m(\mathscr{S}) = \iint\limits_{\mathscr{S}} \varrho(x,y,z)\,\mathrm{d}S$ vyjadřuje hmotnost plochy $\mathscr{S}$ při plošné hustotě $\varrho(x,y,z)$.

1. Je dána plocha $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 = 4,\ x \geq 0,\ 0 \leq z \leq 4-x-y\}$. Danou plochu parametrizujte a spočtěte velikost její normály.

   *[parametrizace plochy* $\mathscr{S}:\ x = 2\cos u,\ y = 2\sin u,\ z = v,\ u \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right\rangle,\ v \in \langle 0, 4-2\cos u - 2\sin u\rangle$, *velikost normály je* $|\vec{n}| = 2$ *]*

2. Je dána plocha $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : z = 6 - \sqrt{x^2+y^2},\ y \leq 0\}$. Spočtěte velikost její normály.

   *[plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně, velikost normály je* $|\vec{n}| = \sqrt{2}$ *]*

3. Vypočtěte plošný integrál $\iint\limits_{\mathscr{S}} xy\,\mathrm{d}S$, kde $\mathscr{S} = \big\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 = 4, 0 \leq z \leq 3, x \geq 0, y \geq 0,\ \ z \geq 0\big\}$.

   *[12, plochu* $\mathscr{S}$ *parametrizujeme]*

4. Určete plošný obsah vrchlíku rotačního paraboloidu $z = 6 - x^2 - y^2$ nad rovinou $z = 0$.

   *[*$\frac{62}{3}\pi$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*

5. Určete povrch horní části kulové plochy $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4, z \geq 0\}$.

   *[*$8\pi$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně, ale doporučujeme parametrizovat]*

6. Vypočtěte plošný integrál $\iint\limits_{\mathscr{S}} \frac{1}{\sqrt{r^2-z^2}}\,\mathrm{d}S$, kde $\mathscr{S}$ je plášť čtvrtiny kruhového válce $x^2+y^2 = r^2$, $r > z > 0$ v prvním oktantu a je omezený rovinami $z = 0$ a $z = h$, kde $r \geq h > 0$.

   *[*$\frac{\pi r}{2}\arcsin\frac{h}{r}$*, plochu* $\mathscr{S}$ *parametrizujeme]*

7. Určete povrch části zeměkoule ($R \doteq 6400$km) vymezený poledníkem $0°$ a $30°$ v.d. a rovnoběžkami $45°$ s.š. a $60°$ s.š.

   *[*$\frac{\pi R^2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{12}$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně, ale doporučujeme parametrizovat]*

8. Vypočtěte plošný integrál $\iint\limits_{\mathscr{S}} (x^2+y^2)\,\mathrm{d}S$, kde $\mathscr{S} = \big\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : z^2 = 9(x^2+y^2),\ \ -1 \leq z \leq 2\big\}$.

   *[*$\pi\sqrt{10}\frac{17}{162}$*, plocha* $\mathscr{S} = \mathscr{S}_1 \cup \mathscr{S}_2$*, plochy* $\mathscr{S}_1$ *a* $\mathscr{S}_2$ *jsou dány explicitně]*

9. Vypočtěte plošný obsah plochy $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2+y^2},\ z \leq 7,\ y \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}x,\ y \geq \sqrt{3}x\}$.

   *[plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*

10. Vypočtěte plošný integrál $\iint\limits_{\mathscr{S}} x^2+y^2\,\mathrm{d}S$, kde $\mathscr{S} = \big\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : 2x+3y+z = 6,\ x^2+y^2 \leq 1\big\}$.

    *[*$\frac{\sqrt{14}}{2}\pi$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*

11. Vypočtěte plošný integrál $\iint\limits_{\mathscr{S}} x^2+y^2\,\mathrm{d}S$, kde $\mathscr{S} = \big\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 = 1,\ 0 \leq z \leq 6-2x-3y\big\}$.

    *[*$12\pi$*, plochu* $\mathscr{S}$ *parametrizujeme]*

12. Vypočtěte plošný obsah plochy $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : z = 2x^2+2y^2,\ z \leq 4,\ y \geq 0\}$.

    *[*$\frac{33\sqrt{33}-1}{48}\pi$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*

13. Vypočtěte plošný obsah plochy $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2+y^2},\ x^2+y^2 \leq 2y\}$.

    *[*$\sqrt{2}\pi$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*

14. Vypočtěte plošný obsah plochy $\mathscr{S} = \big\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : 2x+3y+z = 6,\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0\big\}$.

    *[*$\frac{7}{2}$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*

15. Vypočtěte plošný obsah plochy $\mathscr{S} = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{2x^2+2y^2},\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \leq 1\}$.

    *[*$\frac{\sqrt{3}}{8}\pi$*, plocha* $\mathscr{S}$ *je daná explicitně]*