

Příklad: U ryze lomených funkcí proveďte rozklad na parciální zlomky. U neryze lomených nejprve proveďte dělení a teprve potom rozkládejte.

$$1. \frac{x^4 + 3x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1} \quad \left[x^2 + 2 + \frac{3+4x}{x^2+1} \right]$$

$$2. \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 2} \quad \left[x + 6 + \frac{13}{x-2} \right]$$

$$3. \frac{x^4 + 6x^2 + x - 2}{x^4 - 2x^3}$$

$$4. \frac{2x^2 + 2x + 13}{(x-2)(x^2+1)^2}$$

$$5. \frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)^2}$$

$$6. \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1}{x^5 + 2x^3 + x} \quad \left[\frac{x}{(x^2+1)^2} - \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x} \right]$$

$$7. \frac{x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} \quad \left[\frac{x}{x^2+1} - \frac{2}{(x-1)^2} \right]$$

$$8. \frac{x^2 - 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2} \quad \left[\frac{x^2-2}{x^4-2x^3+2x^2} = \frac{-1}{x} + \frac{-1}{x^2} + \frac{x}{x^2-2x+2} \right]$$

Příklad: Využijte například Wolframalpha.com a můžete si sami ověřit, jestli máte řešení nějakého příkladu správně. Zadejte např.

The screenshot shows the WolframAlpha interface. The input field contains the expression $\text{partial fractions } (x^4+6x^2+x-2)/(x^4-2x^3)$. The result displayed is $\frac{x^4 + 6x^2 + x - 2}{x^4 - 2x^3} = \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x} + \frac{5}{x-2} + 1$. There are buttons for 'Web Apps', 'Examples', 'Random', 'Open code', and 'Step-by-step solution'.

Příklad: Napište v jakém tvaru budou parciální zlomky ryze lomené racionální funkce $\frac{P(x)}{Q(x)}$, víte-li, že jmenovatel $Q(x)$ má:

a) právě jeden reálný kořen -2, trojnásobný kořen 1 a dvojnásobný komplexní kořen $4 + 5i$.

a) právě reálný dvojnásobný kořen 0, trojnásobný kořen -1 a komplexní kořen i .

Řešení:

a) Určíme si rozklad $Q(x)$ na kořenové činitele v reálném oboru. Tedy

$$Q(x) = (x - (-2))(x - 1)^3(x - (4 + 5i))^2(x - (4 - 5i))^2 = (x + 2)(x - 1)^3(x^2 - 8x + 41)^2.$$

Potom

$$\frac{P(x)}{(x + 2)(x - 1)^3(x^2 - 8x + 41)^2} = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{(x - 1)^3} + \frac{C}{(x - 1)^2} + \frac{D}{x - 1} + \frac{Ex + F}{(x^2 - 8x + 41)^2} + \frac{Gx + H}{x^2 - 8x + 41},$$

kde A, B, \dots, H jsou reálná čísla.

b)

$$\frac{P(x)}{x^2(x - (-1))^3(x - i)(x - (-i))} = \frac{P(x)}{x^2(x + 1)^3(x^2 + 1)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{(x + 1)^2} + \frac{E}{x + 1} + \frac{Fx + G}{x^2 + 1},$$

kde A, B, \dots, G jsou reálná čísla.