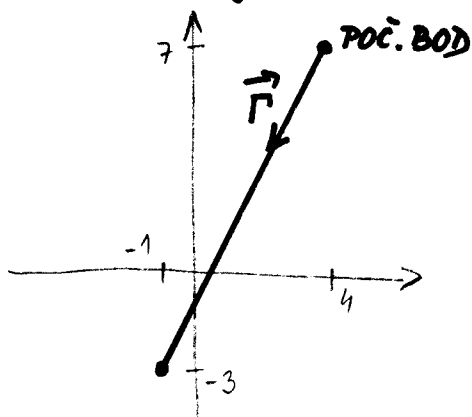


spočítejte  $\int_{\vec{\Gamma}} (7x, y) d\vec{s}$ , kde  $\Gamma$  je úsečka s počátečním bodem  $[4, 7]$  a koncovým  $[-1, -3]$  pomocí potenciálu.



a) Overíme, že  $\vec{F} = (7x, y)$  je potenciální:

$$\vec{F} = (P, Q) \text{ je potenciální} \Leftrightarrow \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ano, } \vec{F} \text{ je potenciální}$$

b) Spočteme potenciál  $\varphi$ , pro který platí:

$$\text{grad } \varphi = \vec{F}$$

$$(\varphi'_x, \varphi'_y) = (P, Q)$$

Tedy musí platit:

$$\varphi'_x = 7x \quad | \text{integrujeme podle } x$$

$$\varphi = 7 \frac{x^2}{2} + C(y)$$

$$\varphi'_y = y \quad | \text{integrujeme podle } y$$

$$\varphi = \frac{y^2}{2} + C(x)$$

$$\varphi = 7 \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + C$$

$$c) \int_{\vec{\Gamma}} (7x, y) d\vec{s} \stackrel{\vec{F} \text{ je potenciální}}{=} \left[ \varphi \right]_{\text{POČ. BOD}}^{\text{KONCOVÝ BOD}} = \varphi([-1, -3]) - \varphi([4, 7]) =$$

$$= 7 \cdot \frac{(-1)^2}{2} + \frac{(-3)^2}{2} + C - \left( \frac{7 \cdot 4^2}{2} + \frac{7^2}{2} + C \right) = -\frac{145}{2} = -72,5$$