A) Načrtněte grafy funkcí, vyznačte důležité průsečíky s osou x, případně s osou y, případně asymptoty:

1. e^x; e^{-x}; $0,3^x$; $\log_{0,2} x$; $\ln x$; x^2; x^3; x^{-1}; $x^{\frac{1}{2}}$; $\sin x$; $\sin(2x)$; $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$; $\mathrm{tg} x$; $\sinh x \left(= \frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$; $\cosh x$; ...

2. $f_1(x) = 2 - 3^{-(x-1)}$; $f_2(x) = (\frac{1}{e})^{-x-5}$; $f_3(x) = |3^{1-x} - 1|$.

3. $g_1(x) = |\log_{\frac{1}{e}}(5-x) - 4| + 2$; $g_2(x) = \ln(x+2)$.

4. $h_1(x) = \arcsin x$; $h_2(x) = \arccos x$; $h_3(x) = \mathrm{arctg} x$; $h_4(x) = \mathrm{arccotg} x$.

5. $f_1(x) = (x-1)(x+2)$; $f_2(x) = (x+1)(x-2)(x+3)$; $f_3(x) = (1-x^2)(2+x)$; $f_4(x) = x^2 - x^4$.

B) Určete definiční obor funkce:

6. $f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; *[$\langle -1, 1)$]*

7. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 12}$; *[$\langle 2, 6\rangle$]*

8. $f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}$; *[$\langle -1, 2\rangle$]*

9. $f(x) = \log\left(\sqrt{-x^2 + 8x - 12} - \sqrt{3}\right)$; *[$(3, 5)$]*

10. $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x}\right)$; *[$\langle -\frac{1}{3}, 1\rangle$]*

11. $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$. *[$x \neq 1$]*

C) Dokažte, že dané funkce jsou na daném intervalu ostře rostoucí, resp. ostře klesající:

12. $f(x) = x^2$ pro $x \in \langle 0, \infty)$;

13. $f(x) = \mathrm{tg} x$ pro $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$;

14. $f(x) = \cos x$ pro $x \in (0, \pi)$.

D) Najděte inverzní funkci a určete její def. obor:

15. $f(x) = x^2$ pro $x \in (-\infty, 0\rangle$;

16. $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ pro $x \in \langle -1, 0\rangle$;

17. $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ pro $x \neq -1$.

E) Rozhodněte u daných funkcí, zda jde o funkci sudou, resp. lichou:

18. $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$; *[lichá]*

19. $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$; *[lichá]*

20. $f(x) = a^x + a^{-x}$ pro $a > 0$. *[sudá]*

21. Udejte příklad funkce, která je současně sudá a lichá.

F) Určete u následujících funkcí infimum a suprémum:

22. $f(x) = x^2$ pro $x \in \langle -2, 5)$;

23. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ pro $x \in (0, \infty)$.