

1. Definujte pojem limita  $a \in \mathbb{R}^*$  funkce  $f$  v bodě  $x_0 \in \mathbb{R}^*$ .  
*Pozn.:*  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ .
2. Definujte pojem limita  $a \in \mathbb{R}$  funkce  $f$  v bodě  $x_0 \in \mathbb{R}$  pomocí  $\varepsilon$  a  $\delta$ .
3. Udejte formou náčrtku příklad funkce  $f$  a bodu  $x_0$ , pro kterou platí:

- a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f = \infty$ ,
- b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f = -\infty$ ,
- c)  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f = \infty \wedge \lim_{x \rightarrow x_0^+} f = -\infty$ ,
- d)  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f$  neexistuje  $\wedge \lim_{x \rightarrow x_0^+} f = -\infty$ ,
- e)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f = 2$ .

4. Spočtěte limity:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ , [4]
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}$ , [ $\frac{1}{2}$ ]
- c)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$ , [ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ]
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos^2 x}{x}$ , [0]
- e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \arctg \frac{1}{x}$ , [ $\frac{\pi}{2}$ ]
- f)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^3 x}{e^{-\frac{1}{x}}}$ , [ $\infty$ ]
- g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \cos x}$ , [1]
- h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ , [ $\frac{3}{2}$ ]
- i)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^5 - 2x - 1}$ , [ $\frac{1}{3}$ ]
- j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ , [ $\frac{2}{3}$ ]

5. Definujte pojem funkce  $f$  spojitá v bodě  $x_0 \in \mathbb{R}$ .
6. Udejte formou náčrtku příklad funkce  $f$ , která není v bodě  $x_0$  spojitá a pro kterou platí:

- a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f = 3 \wedge f(x_0) = 5$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f = 3 \wedge$  fce  $f$  není v  $x_0$  definovaná.
- c)  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f = \infty \wedge \lim_{x \rightarrow x_0^+} f = \infty$ .
- d)  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f = -\infty \wedge \lim_{x \rightarrow x_0^+} f = \infty$ .

7. Rozhodněte, zda je funkce  $f$  v bodě  $x_0$  spojitá:

- a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|} & \text{pro } x \neq 0, \\ 1 & \text{pro } x = 0, \end{cases}$  [ne]
- b)  $f(x) = \begin{cases} \left| \frac{\sin x}{x} \right| & \text{pro } x \neq 0, \\ 1 & \text{pro } x = 0, \end{cases}$  [ano]
- c)  $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & \text{pro } x \neq 0, \\ 1 & \text{pro } x = 0. \end{cases}$  [ne]

8. Metodou půlení intervalu najděte přibližné řešení zadané rovnice v zadaném intervalu se zadanou přesností víte-li, že řešení je na tomto intervalu právě jedno:

- a)  $e^x + x = 0$ ,  $x \in \langle -1, 0 \rangle$ , přesnost 0,2,
- b)  $\cos x - \frac{x}{4} = 0$ ,  $x \in \langle 0, 2 \rangle$ , přesnost 0,15.

*Poznámka:* Využijte 1. Bolzanovu větu.