

1. Určete lokální extrémy funkcí:

a)  $y = x + \frac{4}{x}$ .  $[-2 \text{ l.max}, 2 \text{ l.min}]$

b)  $y = 4x^3 - 3x^4$ .  $[1 \text{ l.max}]$

c)  $y = 2x + 3\sqrt[3]{(2-x)^2}$ .  $[0 \text{ l.max}]$

2. Nad střechou kruhové atletické dráhy poloměru  $R$  (šířku dráhy oproti poloměru  $R$  zanedbejme) se má zavěsit lampa. V jaké výšce je nutno ji zavěsit, aby dráha byla maximálně osvětlena?  $[\frac{R}{\sqrt{2}}]$

*Nápověda: Osvětlení je úměrné kosinu úhlu, pod kterým světlo dopadá a nepřímo úměrné druhé mocnině vzdálenosti od zdroje. Derivací takto sestavené funkce získáme stacionární body.*

3. Určete globální (= absolutní) extrémy funkcí:

a)  $y = x^3 - 3x + 20$ ,  $x \in \langle -3, 3 \rangle$ .

b)  $y = x - 2 \ln x$ ,  $x \in \langle 1, e \rangle$ .

4. Určete inflexní body funkcí:

a)  $y = xe^{-x}$ .  $[x = 2]$

b)  $y = \frac{x^3+2}{2x}$ .  $[x = -\sqrt[3]{2}]$

c)  $y = \frac{e^x}{x+1}$ .  $[žádné]$

5. Určete asymptoty funkcí:

a)  $f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$ .  $[x = -1, y = \frac{1}{2}x - 1]$

b)  $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ .  $[x = 0, y = x + 1]$

c)  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ . *as. bez sm.  $x = 1, x = -1$ , as. se sm.  $y = x$*

6. Vyšetřete průběh funkcí:

a)  $y = \frac{1-x^3}{x^2}$ .

b)  $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$ .

c)  $y = xe^{\frac{1}{x}}$ .

d)  $y = \frac{2x}{x^2-1} + x$ .