Aplikace určitého integrálu

	explicitní rovnice $y = f(x), \quad x \in \langle a, b\rangle$	parametrické rovnice $x = \varphi(t),\ y = \psi(t),\ t \in \langle \alpha, \beta\rangle$
PLOŠNÝ OBSAH	$S = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	$S = \left\lvert \int_\alpha^\beta \psi(t)\cdot\dot\varphi(t)\,\mathrm{d}t \right\rvert$
OBJEM	$V = \pi\int_a^b \big[f(x)\big]^2\,\mathrm{d}x$	$V = \pi \left\lvert \int_\alpha^\beta [\psi(t)]^2\cdot\dot\varphi(t)\,\mathrm{d}t \right\rvert$
DÉLKA KŘIVKY	$L = \int_a^b \sqrt{1 + \big[f'(x)\big]^2}\,\mathrm{d}x$	$L = \int_\alpha^\beta \sqrt{\big[\dot\varphi(t)\big]^2 + \big[\dot\psi(t)\big]^2}\,\mathrm{d}t$
POVRCH PLÁŠTĚ	$P = 2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1 + \big[f'(x)\big]^2}\,\mathrm{d}x$	$P = 2\pi\int_\alpha^\beta \psi(t)\sqrt{\big[\dot\varphi(t)\big]^2 + \big[\dot\psi(t)\big]^2}\,\mathrm{d}t$

Příklady na plošný obsah:

1. Příklad Určete obsah plochy ohraničené křivkou $y = x^2$ a osou x pro $x \in \langle -3, 3\rangle$. *Výsledek:* 18

2. Příklad Určete obsah plochy ohraničené křivkami $y = \frac{2}{1+x^2}$ a $y = x^2$. *Výsledek:* $\pi - \frac{2}{3}$

3. Příklad Určete obsah plochy ohraničené křivkou $y = x^3 + x^2 - 6x$ a osou x pro $x \in \langle -3, 3\rangle$.
Výsledek: $28\frac{2}{3}$

4. Příklad Určete obsah půlkruhu zadaného parametrickými rovnicemi $x = r\cos t$, $y = r\sin t$, $t \in \langle 0, \pi\rangle$.
Výsledek: $\frac{\pi r^2}{2}$

Příklady na objem:

5. Příklad Vypočtěte objem kuželu, který vznikne rotací přímky $y = \frac{1}{2}x - 1$ kolem osy x pro $x \in \langle 2, 6\rangle$.
Výsledek: $\pi\frac{16}{3}$

6. Příklad Vypočtěte Příklad 5 pomocí vhodné parametrizace.

7. Příklad Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací plochy mezi křivkami $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 1$ a $x = 0$ kolem osy y. *Výsledek:* $\frac{3}{2}\pi$

8. Příklad Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací plochy mezi křivkami $y = 5x$, $y = 5x^2$:
a) kolem osy x; *Výsledek:* $\frac{10}{3}\pi$
b) pro $x \in \langle 1, 4\rangle$ kolem osy y. *Výsledek:* 4590π

9. Příklad Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací plochy mezi křivkami $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$, $y = -\frac{1}{2}x + 4$ a $x = 0$:
a) kolem osy x; *Výsledek:* $\frac{92}{5}\pi$
b) kolem osy y. *Výsledek:* 4π

10. Příklad Odvoďte vztah pro objem rotačního komolého kuželu s poloměry podstav $0 < r_1 \leq r_2$ a výškou v. *Výsledek:* $V = \pi\int_0^v \left(\frac{r_2 - r_1}{v}x + r_1\right)\,\mathrm{d}x = \dots$

Příklady na povrch pláště:

11. Příklad Pomocí Riemannova integrálu určete povrch koule o poloměru r je-li tvořící půlkružnice dána:
a) explicitně $y = +\sqrt{r^2 - x^2}$; *Výsledek:* $4\pi r^2$
b) parametricky $x = r\cos t$, $y = r\sin t$, kde $t \in \langle 0, \pi\rangle$. *Výsledek:* $4\pi r^2$