

# Hornerovo schéma

© ÚM FSI VUT v Brně

31. července 2007

Příklad 1. Rozložte polynom

$x^5 + 2x^3 - 4x^4 + 2x^2 + x + 6$  na součin kořenových činitelů.

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

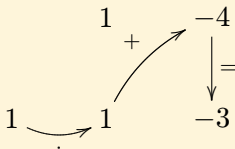
**Řešení:** Připomeňme Hornerovo schéma. Mějme polynom  $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ . Testujeme číslo  $b_0$ , zda je kořenem polynomu  $P_n$  (tj. zda  $P_n(b_0) = 0$ ). Sestavíme následující tabulku:

	$a_n$	$a_{n-1}$	$\dots$	$a_1$	$a_0$
$b_0$	$a_n$	$\underbrace{b_0 \cdot a_n + a_{n-1}}_{b_n}$	$\dots$	$\underbrace{b_0 \cdot b_3 + a_1}_{b_2}$	$\underbrace{b_0 \cdot b_2 + a_0}_{b_1}$

Pokud je  $b_1 = 0$ , je  $b_0$  kořenem polynomu  $P_n(x)$ . Pokud je  $b_1 \neq 0$ , pak  $b_0$  není kořenem  $P_n(x)$  a  $b_1$  je hodnota zbytku po dělení  $(x - b_0)$ . Je vhodné tipovat jako kořeny dělitele absolutního členu  $P_n(x)$ , tedy členu  $a_0$ .

### Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

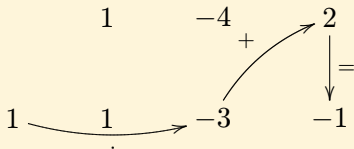
**Řešení:** Dělitelé 6 jsou čísla 1,2,3 (a jejich záporné varianty). Vezměme číslo 1. Dostaneme následující tabulku:



## 1. krok v tabulce

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

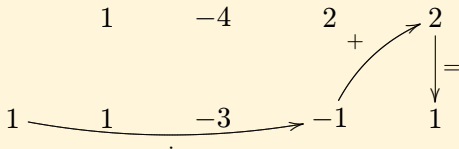
**Řešení:** Dělitelé 6 jsou čísla 1,2,3 (a jejich záporné varianty). Vezměme číslo 1. Dostaneme následující tabulku:



2. krok

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

**Řešení:** Dělitelé 6 jsou čísla 1,2,3 (a jejich záporné varianty). Vezměme číslo 1. Dostaneme následující tabulku:



3. krok

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

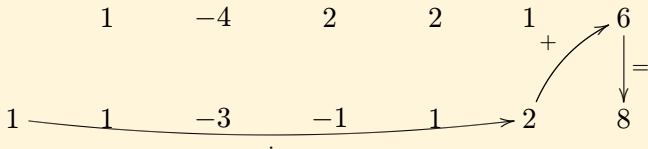
**Řešení:** Dělitelé 6 jsou čísla 1,2,3 (a jejich záporné varianty). Vezměme číslo 1. Dostaneme následující tabulku:

	1	-4	2	2	1
				+	↓ =
1	1	-3	-1	1	2

4. krok

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

**Řešení:** Dělitelé 6 jsou čísla 1, 2, 3 (a jejich záporné varianty). Vezměme číslo 1. Dostaneme následující tabulku:



5. krok. Je tedy zřejmé, že číslo 1 není kořenem zadaného polynomu.



Příklad 1.  $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

**Řešení:** Dělitelé 6 jsou čísla 1,2,3 (a jejich záporné varianty). Vezměme číslo -1. Dostaneme následující tabulku:

	1	-4	2	2	1	6
-1	1	-5	7	-5	6	0

Číslo -1 je kořenem, zadaný polynom lze tedy dělit kořenovým činitelem  $(x + 1)$ .

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

Řešení:

$$\begin{array}{r} (x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6) : (x + 1) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 \\ \underline{-(x^5 + x^4)} \\ (-5x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6) \\ \underline{-(-5x^4 - 5x^3)} \\ (7x^3 + 2x^2 + x + 6) \\ \underline{-(7x^3 + 7x^2)} \\ (-5x^2 + x + 6) \\ \underline{-(-5x^2 - 5x)} \\ (6x + 6) \end{array}$$

Příklad 1.  $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

**Řešení:** Dále se tedy budeme zabývat polynomem

$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$ . Vezměme číslo 2 jako možný kořen. Pak příslušná tabulka Hornerova schématu bude vypadat takto:

	1	-5	7	-5	6
2	1	-3	1	-3	0

2 je tedy kořenem, opět dělíme polynomy.

## Příklad 1. $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

**Řešení:** Další kořen je 2, dělíme tedy činitelem  $(x - 2)$ :

$$\begin{array}{r} (x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = x^3 - 3x^2 + x - 3 \\ \underline{-(x^4 - 2x^3)} \\ -3x^3 + 7x^2 - 5x + 6 \\ \underline{-(-3x^3 + 6x^2)} \\ x^2 - 5x + 6 \\ \underline{-(x^2 - 2x)} \\ -3x + 6 \end{array}$$

Příklad 1.  $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

**Řešení:** Dále se zabýváme polynomem  $x^3 - 3x^2 + x - 3$ , má smysl tedy otestovat číslo 3. Tabulka bude vypadat takto:

	1	-3	1	-3
3	1	0	1	0

3 je tedy opět kořenem, provedeme další dělení.

Příklad 1.  $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

Řešení: Dělíme kořenovým činitelem  $(x - 3)$ :

$$\begin{array}{r} (x^3 - 3x^2 + x - 3) : (x - 3) = x^2 + 1 \\ -(x^3 - 3x^2) \\ \hline x - 3 \end{array}$$

Polynom  $x^2 + 1$  je již nerozložitelný nad  $\mathbb{R}$ .

Příklad 1.  $x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$

Řešení:

$$x^5 + 2x^3 - 4x^4 + 2x^2 + x + 6 = (x + 1)(x - 2)(x - 3)(x^2 + 1)$$