Křivky dané parametricky

3. září 2007

- Příklad 1.

- Příklad 2.

Příklad 1. Určete typ křivky dané parametricky

$$\begin{aligned} x &= a\cos t \\ y &= b\sin t,\ 0 \le t \le 2\pi \end{aligned}$$

a tuto křivku nakreslete.

Příklad 1.

$$\begin{aligned} x &= a\cos t \\ y &= b\sin t,\ 0 \le t \le 2\pi \end{aligned}$$

Řešení:

$\frac{x^2}{a^2} = \cos^2 t,\ \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 t$

Z parametrických rovnic je třeba eliminovat parametr t. Rovnice jsme umocnili a výrazy obsahující t jsme nechali na jedné straně, vše ostatní jsme převedli na stranu druhou.

Příklad 1.

$$
\begin{aligned}
x &= a\cos t\\
y &= b\sin t,\ 0 \le t \le 2\pi
\end{aligned}
$$

Řešení:

$\frac{x^2}{a^2} = \cos^2 t,\ \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 t$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 t + \sin^2 t$

Rovnice jsme sečetli, na levé straně vzniká $1 = \cos^2 t + \sin^2 t$ a parametr je eliminován.

Příklad 1.

$$
\begin{aligned}
x &= a\cos t \\
y &= b\sin t,\ \ 0 \le t \le 2\pi
\end{aligned}
$$

Řešení:

$\frac{x^2}{a^2} = \cos^2 t,\ \ \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 t$
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 t + \sin^2 t$
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Zadaná křivka je elipsa s hlavní poloosou a a vedlejší poloosou b se středem v bodě $(0,0)$

Příklad 1.

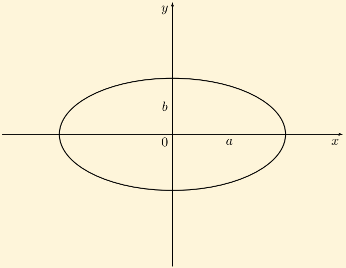
$$\begin{aligned} x &= a\cos t \\ y &= b\sin t,\ 0 \le t \le 2\pi \end{aligned}$$

Řešení:

$\frac{x^2}{a^2} = \cos^2 t,\ \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 t$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 t + \sin^2 t$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



Příklad 2. Určete typ křivky dané parametricky

$$\begin{aligned} x &= 2\sin^2 t \\ y &= \cos^2 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

a tuto křivku nakreslete.

Příklad 2.

$$\begin{aligned} x &= 2\sin^2 t \\ y &= \cos^2 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Řešení:

$\frac{x}{2} = \sin^2 t,\ y = \cos^2 t$

Z parametrických rovnic je třeba eliminovat parametr t. Výrazy obsahující t jsme nechali na jedné straně, vše ostatní jsme převedli na stranu druhou.

Příklad 2.

$$\begin{aligned} x &= 2\sin^2 t \\ y &= \cos^2 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Řešení:

$\frac{x}{2} = \sin^2 t,\ y = \cos^2 t$
$\frac{x}{2} + y = \sin^2 t + \cos^2 t$

Rovnice jsme sečetli, na levé straně vzniká $1 = \cos^2 t + \sin^2 t$ a parametr je eliminován.

Příklad 2.

$$\begin{aligned} x &= 2\sin^2 t \\ y &= \cos^2 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Řešení:

$\frac{x}{2} = \sin^2 t,\ y = \cos^2 t$
$\frac{x}{2} + y = \sin^2 t + \cos^2 t$
$x + 2y - 2 = 0$

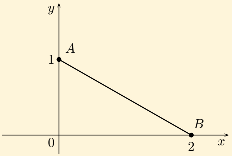
Kdyby nebyl dán rozsah parametru t, byla by zadaná křivka přímka. Takto to však bude úsečka, zbývá tedy určit souřadnice počátečního a koncového bodu.

Příklad 2.

$$\begin{aligned} x &= 2\sin^2 t \\ y &= \cos^2 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Řešení:

$\frac{x}{2} = \sin^2 t,\ y = \cos^2 t$
$\frac{x}{2} + y = \sin^2 t + \cos^2 t$
$x + 2y - 2 = 0,$
$A = [2\sin^2 0, \cos^2 0] = [0, 1],$
$B = [2\sin^2 \frac{\pi}{2}, \cos^2 \frac{\pi}{2}] = [2, 0]$



Do parametrických rovnic jsme dosadili počáteční a koncovou hodnotu parametru t