

## l'Hospitalovo pravidlo

**Příklad 1.** Vypočtěte laskavě následující limity:

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x};$                                | Výsledek: 2.                     |
| b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x;$                         | Výsledek: 0.                     |
| c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cotg x - \frac{1}{x});$   | Výsledek: 0.                     |
| d) $\lim_{x \rightarrow 0+} (\frac{1}{x})^{\operatorname{tg} x};$                                | Výsledek: 1.                     |
| e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sin 4x};$                 | Výsledek: $-\frac{1}{2}$ .       |
| f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{1 - \cos x};$                                       | Výsledek: 0.                     |
| g) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$                           | Výsledek: $\frac{2}{\pi}$ .      |
| h) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln x}{\ln \sin x};$   | Výsledek: 1.                     |
| i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3};$                                   | Výsledek: $\frac{1}{2}$ .        |
| j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x};$   | Výsledek: 1.                     |
| k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin 3x};$                             | Výsledek: $\frac{2}{3}$ .        |
| l) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}};$  | Výsledek: $\frac{1}{\sqrt{e}}$ . |
| m) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}};$  | Výsledek: 1.                     |
| n) $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{\frac{3}{4 + \ln x}};$  | Výsledek: $e^3$ .                |
| o) $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right);$                      | Výsledek: $-\frac{1}{2}$ .       |
| p) $\lim_{x \rightarrow 0+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right);$                      | Výsledek: 0.                     |
| q) $\lim_{x \rightarrow 0+} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} x};$                                  | Výsledek: 1.                     |
| r) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x};$                            | Výsledek: $\frac{\sqrt{3}}{3}$ . |
| s) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2a}} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2};$                      | Výsledek: $\frac{1}{8}$ .        |
| t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^3};$                                       | Výsledek: $\frac{1}{3}$ .        |
| u) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)^2}{\sin^3 x};$                                     | Výsledek: 0.                     |
| v) $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{\sin x};$   | Výsledek: 1.                     |
| w) $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x);$  | Výsledek: $\infty$ .             |
| x) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln \frac{x+1}{x};$                                      | Výsledek: 1.                     |
| y) $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)} \right);$                     | Výsledek: $-\frac{1}{2}$ .       |
| z) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{x}{\cotg x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right);$ | Výsledek: -1.                    |
| zz) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}};$  | Výsledek: $e^{-6}$ .             |
| yy) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{\frac{1}{x^2}};$                                       | Výsledek: 1.                     |
| xx) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cotg x)^{\frac{1}{\ln x}};$  | Výsledek: $e^{-1}$ .             |