

Polynomy, jejich kořeny a rozklad na součin

Příklad 1. Určete polynomy nejnižšího stupně, aby měly kořeny:

- a) $x_1 = 1, x_2 = 3$;
- b) $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 2$;
- c) $x_1 = i, x_2 = -i, x_3 = 1$;
- d) dvojnásobný kořen $x = 1$, jednoduchý kořen $x = 2$;
- e) dvojnásobné kořeny $x = i$ a $x = -i$, trojnásobný kořen $x = 0$.

Příklad 2. Vydělte polynom $x^3 - 10x^4 + x + 2x^5$ polynomem $2 - 3x + x^3 - x^2$.

Příklad 3. Zjistěte násobnost kořene:

- a) $x = 2$ rovnice $x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 8x^2 - 16x + 16 = 0$;
- b) $x = -2$ rovnice $x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 4x + 8 = 0$;
- c) $x = 2$ a $x = 3$ rovnice $x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36 = 0$.

Příklad 4. Určete všechny kořeny polynomů:

- a) $x^3 + 2x^2 - 3x - 10$;
- b) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$;
- c) $x^3 - 2x^2 - x + 2$;
- d) $x^3 + x^2 - 8x - 12$;
- e) $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$;
- f) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 38x - 24$;
- g) $x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - 11x - 3$;
- h) $x^5 - 4x^4 + x^3 - 4x^2$.

Příklad 5. Rozložte na součin polynomy z Příkladu .

Příklad 6. Určete kořeny a rozložte na součin v oboru komplexních čísel:

- a) $x^2 + x - 6$;
- b) $x^2 + 3$;
- c) $3x^2 + 7$;
- d) $x^2 + x + 1$;
- e) $x^2 + 3x + 4$.

Příklad 7. Určete všechny kořeny (reálné i komplexní) a rozložte na součin v oboru reálných čísel:

- a) $x^2 + 6x + 9$;
- b) $3x^2 + 3x - 6$;
- c) $x^3 + 2x^2 + 16x$;
- d) $x^4 - 2x^3$;
- e) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$;
- f) $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$;
- g) $9x^4 - 4$;
- h) $x^3 + 3x^2 - 8x + 10$;
- i) $5x^3 + 2$;
- j) $6x^3 + 29x^2 - 17x - 60$;
- k) $x^3 - 3$;
- l) $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$;
- m) $x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + 36$;
- n) $x^4 + 1$;
- o) $x^6 + 1$;
- p) $x^4 - 1$;
- q) $x^8 - 16$;
- r) $2x^2 - 6$;
- s) $x^4 - 15x^3 + 83x^2 - 359x + 290$;
- t) $x^7 + 2x^5 + x + 3$.

Racionální lomená funkce

Příklad 8. Rozložte na parciální zlomky:

a) $\frac{x^4+6x^2+x-2}{x^4-2x^3};$

b) $\frac{2x^2+2x+13}{(x-2)(x^2+1)^2};$

c) $\frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)^2}.$