Opakování ze střední školy

Příklad 1. Úpravy výrazů:

a) $\frac{0{,}7t^{-n}}{2{,}1t^{-n-1}} =$

b) $\ln \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}} =$

c) $\frac{1+i}{1-i} =$

d) $\binom{7}{3} - \binom{6}{3} =$

e) $\left(1 - \frac{x}{x+1}\right) : \frac{x+1}{x-1} =$

f) $i^{2006} =$

g) $\log \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}} =$

h) $(\cos x - \sin x)^2 =$

i) $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7 + i^8 =$

j) $\frac{2!+4!}{6\ !} =$

k) $\log_2 \sqrt[5]{2^2} =$

l*) $\sin 945^o - \cos\left(-\frac{13}{2}\pi\right) + \mathrm{tg}\ 660^o - \mathrm{cotg} \frac{29}{6}\pi =$

m*) $\frac{1-\cos 2x}{2\sin x \cos x} + \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x} =$

n*) $\frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2-4}{(n+2)!} =$

Příklad 2. Analytická geometrie v rovině

a) Napište rovnici přímky, která prochází bodem $A[-2,3]$ a počátkem.

b) Jsou dány body $A[2,3]$ a $B[5,5]$.

α) Určete délky průmětů úsečky AB na osu x (pro délku zvolme například označení $|AB_x|$) a na osu y (zvolme označení $|AB_y|$).

β) Vyjádřete délku průmětu $|AB_x|$ v závislosti na $|AB|$.

γ) Vyjádřete délku průmětu $|AB_y|$ v závislosti na $|AB|$.

c) Napište rovnici přímky, která svírá s kladným směrem osy x úhel 45^o a osu y protíná v bodě $[0,-3]$.

d) Jakou vzájemnou polohu mají přímky $p: 2x - 3y + 13 = 0, q: 3x + 2y - 12 = 0$?

e) Určete směrnici přímky $bx + cy - m = 0$.

f) Jakou vzájemnou polohu mají přímky $p: 2x - 5y + 13 = 0$ a $q: x = 1 + 5t, y = 3 + 2t, t \in \mathrm{R}$.

g*) Určete rovnici přímky (obecnou i parametrické rovnice), která půlí spojnici bodů $A[4,1]B[-2,4]$ a má směrnici $k = 1$. Rozhodněte, zda na této přímce leží body $K[-1,-2], L[0,-5]$.

h*) Určete koeficient b v rovnici přímky $p: 3x + by - 1 = 0$, tak, aby:

α) přímka procházela bodem $A[2,2]$;

β) byla rovnoběžná s osou y;

γ) svírala s osou x úhel $\varphi = 30^o$;

δ) byla kolmá k přímce $q: x + 4y - 8 = 0$.

i*) Jsou dány body $A[-2,2], B[6,8]$. Bodem A veďte přímku p a bodem B přímku q tak, aby přímky p, q byly navzájem kolmé a jejich průsečík ležel na ose x.

j$^\triangle$) Určete obecnou rovnici a parametrické rovnice přímky a úsečky dané body $A[1,3], B[6,5]$.

k$^\triangle$) Průsečíkem P přímek $p: 2x + 3y - 11 = 0$ a $q: 3x - 3y + 6 = 0$ veďte přímku s kolmou k přímce $r: 3x - y + 1 = 0$.

l$^\triangle$) Určete parametrické vyjádření těžnic t_a, t_c v tojúhelníku ABC. Určete vzdálenost těžiště T od vrcholu C. $A[0,5], B[5,1], C[3,6]$.

Příklad 3. Grafy funkcí:

Umět zakreslit základní funkce a z nich odvozovat.

a) $y = x, y = kx, y = kx + q, y = |x|, y = |x - q|, \ldots$

b) $y = x^2, y = px^2, y = px^2 + a, \ldots$

c) $y = x^3, \ldots$ (upřesnit průběh kolem počátku: $y = x^3$ srovnat s $y = \mathrm{tg}\ x$)

d) $y = \sin x, y = \cos x, y = \mathrm{tg}\ x, y = \mathrm{cotg} x$ a jejich obměny.

e) $y = a^x, y = \mathrm{e}^x, y = \log_a x, y = \ln x$

Příklad 4. Rovnice:

a) $\sin 2x = \frac{1}{2}$

b) $\frac{\log(x^2-9)}{\log(x+1)} = 2$

c) $16\sqrt{2} = 2^{x+1}$
d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} = 0$
e) $\sin x = \cos x$, pro $x \in \langle 0, \pi \rangle$
f) $|x^2 - 2x + 3| = 3$, $x \in \mathrm{R}$
g) $4^{\sqrt{x+1}} = 64 \cdot 2^{\sqrt{x+1}}$
h*) $\sin \frac{x}{2} + \cos x = 1$

Příklad 5. Nerovnice:
a) $\log_3 x < 1$
b) $3^{x-2} \leq 1$
d) $\log(x+3) > \log(2x-4)$
e) $\log(1-2x) \geq 0$
f) $|2x-6| + |x-2| > 0$

Příklad 6. Kvadratická rovnice:
a) Určete kořeny rovnice $3x^2 + 5x + 20 = 0$.
b) Pro která m má rovnice $x^2 - mx - 4 = 0$ dva různé reálné kořeny?
c) Pro která m má rovnice $(m+1)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ dvojnásobný kořen?
d) Graficky vyřešte kvadratické nerovnice:
α) $x^2 + x - 2 > 0$
β) $2x^2 + 6x - 20 \leq 0$
e$^{\triangle}$) Pomocí rozkladu na součin kořenových činitelů odvoďte vztahy pro řešení rovnice $ax^2 + bx + c = 0$. (Jde o odvození vzorců $x_{1,2} = \ldots$)

Příklad 7. Polynomy:
a) Ve kterých bodech protíná křivka $(x-2)(x+3) = 0$ osu x?
b$^{\triangle}$) Rozložte na součin kořenových činitelů:
α) $x^4 - 8x^2 - 9^{=}$
β) $x^4 - 1 =$
γ) $5x^2 - 30x + 45 =$
δ) $x^4 - x^6$
ε) $x^4 + x^3 + x^2 + x =$
ζ) $x^3 - 8$
c$^{\triangle}$) Napište polynom, který má tyto kořeny: 0 jednoduchý, -4 trojnásobný, $(1+i)$ jednoduchý, $-i$ dvojnásobný.

Příklad 8. Posloupnosti:
a) Napište n-tý člen geometrické posloupnosti, kde $a_1 = 4$ a $q = 3$.
b) Napište dvacátý člen geometrické posloupnosti, kde $a_1 = 2$ a $q = -1$.
c) Napište jedenáctý člen aritmetické posloupnosti, kde $a_1 = 3$ a $d = \frac{1}{2}$.
d*) Určete n-tý člen posloupnosti:
α) $0, 3, 8, 15, \ldots$
β) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \ldots$
e$^{\triangle}$) Vypište několik členů posloupnosti:
α) $\left\{\frac{n^2}{n+2}\right\}$
β) $\left\{\frac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}\right\}$

Příklad 9. Řecká abeceda
Malá písmena:
$\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \delta \quad \varepsilon \quad \zeta \quad \eta \quad \vartheta \quad \iota \quad \kappa \quad \lambda \quad \mu \quad \nu \quad \xi \quad ø \quad \pi \quad \varrho \quad \sigma \quad \tau \quad \upsilon \quad \varphi \quad \chi \quad \psi \quad \omega$
Velká písmena odlišná od latinky:
$\Gamma \quad \Delta \quad \Theta \quad \Lambda \quad \Xi \quad \Pi \quad \Sigma \quad \Upsilon \quad \Phi \quad \Psi \quad \Omega$