Určitý integrál funkce

Příklad 1. Vypočtěte následující určité integrály:

a) $\int_0^1 x\operatorname{arctg} x \, \mathrm{d}x$; *Výsledek:* $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$, (per partes).

b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\sin^2 x)\cos x}{\sin^2 x} \, \mathrm{d}x$; *Výsledek:* $\frac{1}{2}$, (substituce: $\sin x = t$).

c) $\int_1^2 \frac{x \, \mathrm{d}x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$; *Výsledek:* $-\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$, (substituce: $x^2+1 = t^2$).

d) $\int_1^9 \frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{x}}$; *Výsledek:* $4 - 2\ln 2$, (substituce:$x = t^2$).

e) $\int_1^4 \frac{\mathrm{d}x}{(1+x)\sqrt{x}}$; *Výsledek:* $2\operatorname{arctg} 2 - \frac{\pi}{2}$, (substituce: $x = t^2$).

f) $\int_4^5 \frac{\sqrt{x-4}}{1+\sqrt{x-4}}$; *Výsledek:* $-1 + 2\ln 2$, (substituce: $x - 4 = t^2$).

g) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos^2 x \, \mathrm{d}x$; *Výsledek:* $\frac{1}{12}(4-\sqrt{2})$, (substituce: $\cos x = t$).

h) $\int_3^8 \frac{\mathrm{d}x}{(2+x)\sqrt{1+x}}$; *Výsledek:* $2\operatorname{arctg} 3 - 2\operatorname{arctg} 2$, (substituce: $1 + x = t^2$).

i) $\int_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{4x-2}} \, \mathrm{d}x$; *Výsledek:* $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, (substituce: $4x - 2 = t^2$).

j) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x + 1} \, \mathrm{d}x$; *Výsledek:* $-1 + \frac{\pi}{2}$, (substituce: $\cos x = t$).

k) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{\mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2x}-1}$; *Výsledek:* $\frac{1}{2}\left(\ln\frac{1}{2} - \ln\frac{1}{3}\right)$, (substituce: $\mathrm{e}^x = t$).

l) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^2 x \, \mathrm{d}x$; *Výsledek:* $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$, (substituce: $\cos x = t$).