

MAPLE 11 (ŽLUTÝ i ČERVENÝ)
- 4. cvičení z M2 u počítače

Graf funkce dané parametricky, integrály

1. Zopakujte si, jak použít nápovědu:

- a) na napsaném příkazu stojíte kurzorem a stisknete F1 (ve „žlutém“ MAPLE),
na napsaném příkazu stojíte kurzorem a stisknete F2 (v „červeném“ MAPLE).
- b) pokud příkaz neznáte a jen tušíte prvních pár písmen, tak napíšete např. ?plo a po odetřesení vám MAPLE něco nabídne.
- c) jděte přes menu Help/Topic index/... (ve „žlutém“ MAPLE),
nebo zkuste CTRL+F1 a otevře se HELP, kde zadáte hledaný příkaz (ve „červeném“ MAPLE).

2. Přehled příkazů, které jste již někdy použili, pokud ne, tak je časem jistě použijete: *evalf, factor, expand, subs, solve, plot, plot3d, implicitplot, implicitplot3d, display, display3d, with(linalg), det, limit, diff, D, grid, style, with(plots), taylor, mtaylor, ...*

3. Křivky v rovině dané parametricky rovnicemi

$$\begin{aligned}x &= \varphi(t), \\ y &= \psi(t), \quad t \in \langle a, b \rangle\end{aligned}$$

nebo polárně rovnicemi

$$\begin{aligned}x &= \varrho(\varphi) \cos \varphi, \\ y &= \varrho(\varphi) \sin \varphi, \quad \varphi \in \langle a, b \rangle\end{aligned}$$

V nápovědě k příkazu *plot* klikněte na podtržený odkaz *plot/details* a potom úplně dole klikněte na odkaz *plot[parametric]*.

Úkol č. 1: Zkopírujte si postupně zadání všech uvedených ukázkových příkladů v nápovědě a sledujte výstup.

Úkol č. 2: Nechejte si vykreslit následující křivky dané parametricky:

- Kružnici s poloměrem 9, tj. $x = \dots, y = \dots, t \in \dots$
- Elipsu s délkami poloos $a = 8$ a $b = 3$, tj. $x = \dots, y = \dots, t \in \dots$
- Parabolu $y = x^2 - 2$ pro $x \in \langle -1, 3 \rangle$, tj. $x = \dots, y = \dots, t \in \dots$
- Křivku $x = t^2, y = \frac{t^2}{4}, t \in \mathbb{R}$.

Úkol č. 3: Nechejte si vykreslit následující křivky dané polárně:

- Archimedovu spirálu danou polárně rovnicí $\varrho = 2\varphi, \varphi \in \langle 0, \infty \rangle$.
- Kardioidu danou rovnicí $\varrho = a(1 + \cos \varphi), \varphi \in \langle 0, \infty \rangle$, kde si sami zvolte vhodné a .

3. Křivky v prostoru dané parametricky rovnicemi

$$\begin{aligned}x &= \varphi_1(t), \\ y &= \varphi_2(t), \\ z &= \varphi_3(t), \quad t \in \langle a, b \rangle\end{aligned}$$

V nápovědě k příkazu *plot3d* si prohlédněte následující syntaxi příkazu

$$\text{plot3d}([\text{exprf}, \text{exprg}, \text{exprh}], s = a..b, t = c..d)$$

a popřemýšlejte, jak by se dalo s Maplem domluvit na vykreslení křivky v prostoru. Pozor, křivka má jen jediný parametr.

Úkol č. 4: Nechte si vykreslit šroubovici, která je dána parametrickými rovnicemi $x = 6 \cos t, y = 6 \sin t, z = t$, kde $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Pozor, nejprve načtěte knihovnu, která vám dá příkaz *plot3d* k dispozici, tj. zadejte *with(plots)*;

Úkol č. 5: Nechte si vykreslit šroubovici z předchozího příkladu, nechte si vykreslit i souřadné osy a pokuste se do jednoho obrázku vykreslit i „nosnou“ válcovou plochu této šroubovice a na ní tuto šroubovici (k tomu budete potřebovat příkazy: *with(plots), implicitplot3d, display3d, ...*).

4. Plochy dané parametricky rovnicemi

$$\begin{aligned}x &= u_1(s, t), \\y &= u_2(s, t), \\z &= u_3(s, t), \quad t \in \langle a, b \rangle, s \in \langle c, d \rangle\end{aligned}$$

Při vykreslení využijeme především příkaz *plot3d*.

Úkol č. 6: Nechte si vykreslit následující plochy:

- Kulová plocha s poloměrem $r = 3$, tj. $x = \dots, y = \dots, z = \dots, t \in \dots, s \in \dots$
- Válcovou rotační plochu s poloměrem $r = 5$, tj. \dots
- Část kulové sféry mezi 30° a 90° v.d. a 45° a 60° s.š.
- Nějakou zajímavou plochu uvedenou v nápovědě k příkazu *plot3d*

5. Integrály

Podívejte se do nápovědy k příkazu *int* a zkopírujte si několik ukázkových příkladů, ze kterých pochopíte, jak vše funguje.

Úkol č. 7: Spočtěte následující integrály:

a) $\int_0^\pi \sin x dx$

- b) Podívejte se v nápovědě k příkazu *int* na úplně poslední ukázkový příklad. Jde o dvojný integrál a je zde ukázána jedna z variant zápisu. Zkuste podle tohoto příkladu spočítat

$$\iint_M y dx dy, \text{ kde } M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 1, x^2 + 2 \leq y \leq 4 - x\}.$$

- c) Předchozí příklad spočtěte za pomoci příkazu *Doubleint*, který budete mít k dispozici po načtení knihovny *student*, tj. *with(student)*; Hodnotu integrálu vyčíslíme příkazem *value(...)*.

- d) Pomocí příkazu *Tripleint* spočtěte trojný integrál

$$\iiint_\Omega y dx dy dz, \text{ kde } \Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x, 0 \leq z \leq 2 - x - 2y\}.$$

Tyto křivky a plochy se v tomto cvičení vyskytly a mohou vám pomoci při zadávání, pokud je dokážete identifikovat:

$$x = 3 \cos t, y = 3 \sin t, t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

$$x = 8 \cos t, y = 3 \sin t, t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

$$x = t, y = t^2 - 2, t \in \langle -1, 3\pi \rangle.$$

$$x = 2t \cos t, y = 2t \sin t, t \in \langle 0, \infty \rangle.$$

$$x = a(1 + \cos \varphi) \cos t, y = a(1 + \cos \varphi) \sin t, t \in \langle 0, \infty \rangle.$$

$$x = 3 \cos t \sin s, y = 3 \sin t \sin s, z = 3 \cos s, t \in \langle 0, 2\pi \rangle, s \in \langle 0, \pi \rangle.$$

$$x = 5 \cos t, y = 5 \sin t, z = s, t \in \langle 0, 2\pi \rangle, s \in \langle -3, 3 \rangle.$$