

MAPLE 11 (ŽLUTÝ i ČERVENÝ) - 3. cvičení z M2 u počítače

Funkce více proměnných – lokální a vázané extrémy, graf funkce dané implicitně.

1. Zopakujte si, jak použít nápovědu:

- a) na napsaném příkazu stojíte kurzorem a stisknete F1 (ve „žlutém“ MAPLE),
na napsaném příkazu stojíte kurzorem a stisknete F2 (v „červeném“ MAPLE).
- b) pokud příkaz neznáte a jen tušíte prvních pár písmen, tak napíšete např. ?plo a po odetřování vám MAPLE něco nabídne.
- c) jděte přes menu Help/Topic index/... (ve „žlutém“ MAPLE),
nebo zkuste CTRL+F1 a otevře se HELP, kde zadáte hledaný příkaz (ve „červeném“ MAPLE).

2. **Přehled příkazů**, které jste již někdy použili, pokud ne, tak je časem jistě použijete: *evalf*, *factor*, *expand*, *subs*, *solve*, *plot*, *plot3d*, *implicitplot*, *implicitplot3d*, *display*, *display3d*, *with(linalg)*, *det*, *limit*, *diff*, *D*, *grid*, *style*, *with(plots)*, *taylor*, *mtaylor*, ...

3. Zopakujme možnosti a rozdíly v **zadání funkce** a výpočtu parciálních derivací:

- a) Jako algebraický výraz:
 $f := x^2 + y;$
 $a := \text{subs}(x = 3, y = \text{sqrt}(5), f);$
 $\text{evalf}(a);$
 $\text{diff}(f, x);$
 $\text{diff}(f, y);$
- b) Jako funkce:
 $f := (x, y) \rightarrow x^2 + y;$
 $a := f(3, \text{sqrt}(5));$
 $\text{evalf}(a);$

4. **Určení lokálních extrémů:**

Úkol č. 1:

Nejprve si uložte k sobě na disk soubor LokExtremyMAPLE2008.mws.

Otevřete si jej v MAPLE a projděte krok po kroku.

Úkol č. 2:

Zkuste nyní podobným postupem určit lokální extrémy funkce

$$f := x^4 - 3x^2y + 3y - y^3.$$

Nápověda: Využijte již existující soubor, ve kterém pozměníte zadání a budete pozorně sledovat a drobně opravovat zadání příkazů.

Narazíme na problém, že v množině stacionárních bodů budou i komplexní čísla, která nechceme brát v úvahu. Proto se omezíme jen na reálná čísla načtením knihovny *RealDomain*, tj. zadáme *with(RealDomain)*:

Dál postupujeme standardně, jako v ukázkovém příkladě.

Poznámka: Pokud bychom nadále chtěli pracovat i s komplexními čísly, tak příkaz zrušíme napsáním *unwith(RealDomain)*.

K výpočtu výrazu $D2 = f_{xx}f_{yy} - (f_{xy})^2$ můžeme s výhodou použít příkazu *hessian*, který spočte matici z druhých derivací. Tedy

with(linalg);

hessian(f(x, y), [x, y]);

$D2 := \det(\text{hessian}(f(x, y), [x, y]));$

Úkol č. 3:

Vyšetřete lokální extrémy funkce $g = (x^2 + 3y^2)e^{1-x^2-y^2}$.

5. Graf funkce dané implicitně:

Nejprve načteme knihovnu *plots*, ze které budeme používat příkazy *implicitplot* pro rovinné objekty a *implicitplot3d* pro prostorové.

with(plots);

Úkol č. 5:

Nechte si vykreslit:

- a) kružnici $x^2 + y^2 = 4$.
- b) válec $x^2 + y^2 = 4$.
- c) parabolu $y = x^2$.
- d) kolmý válec $y = x^2$.
- e) kouli $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
- f) kuželovou plochu $z^2 = x^2 + y^2$.
- g) ...

Úkol č. 6:

Pomocí příkazu *display3d* vykreslete do jednoho obrázku „sedlo“ $z = x^2 - y^2 + 3$ a válec $x^2 + y^2 = 9$ tak, aby byla pěkně vidět křivka, na které se případně hledají vázané extrémy funkce $z = x^2 - y^2 + 3$ s vazební podmínkou $x^2 + y^2 = 9$.