Diferenciál funkce

© ÚM FSI VUT v Brně

7. listopadu 2007

Určete diferenciál funkce f v bodě $A[0,0]$ při přírůstku $\overrightarrow{h} = (-0.01\,,\, 0.02)$

$$f(x,y) = e^{xy}\sin x$$

$f(x, y) = e^{xy} \sin x$

Obecný tvar diferenciálu funkce f v bodě A při přírůstku $\overrightarrow{h} = (h_1, h_2)$ má tvar

$$d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$$

$$f(x,y) = e^{xy}\sin x$$

Nejprve spočítáme parciální derivace funkce f podle x resp. y

Řešení: $f'_x = \left(e^{xy}\sin x\right)'_x = ye^{xy}\sin x + e^{xy}\cos x$

$f'_y = \left(e^{xy}\sin x\right)'_y = xe^{xy}\sin x$

$$f(x,y) = e^{xy}\sin x$$

Nejprve spočítáme parciální derivace funkce f podle x resp. y

Řešení: $f'_x = \left(e^{xy}\sin x\right)'_x = ye^{xy}\sin x + e^{xy}\cos x$

$f'_y = \left(e^{xy}\sin x\right)'_y = xe^{xy}\sin x$

Určíme hodnoty parciálních derivací v bodě $A = [0,0]$

Řešení: $f'_x([0,0]) = 0.e^{0.0}\sin 0 + e^{0.0}\cos 0 = 1$

$f'_y([0,0]) = 0.e^{0.0}\sin 0 = 0$

$$d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$$

Dosadíme hodnoty parciálních derivací v bodě $A[0,0]$ a přírůstek $\overrightarrow{h} = (-0.01, 0.02)$ do vzorce pro obecný tvar diferenciálu.

Řešení: $d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$

$$d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$$

Dosadíme hodnoty parciálních derivací v bodě $A[0,0]$ a přírůstek $\overrightarrow{h} = (-0.01, 0.02)$ do vzorce pro obecný tvar diferenciálu.

Řešení: $d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$

$$d_h f(A) = 1(-0.01) + 0(0.02) = -0.01$$

$$d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$$

Dosadíme hodnoty parciálních derivací v bodě $A[0,0]$ a přírůstek $\overrightarrow{h} = (-0.01, 0.02)$ do vzorce pro obecný tvar diferenciálu.

Řešení: $d_h f(A) = f'_x(A)h_1 + f'_y(A)h_2$

$d_h f(A) = 1(-0.01) + 0(0.02) = -0.01$

Hodnota diferenciálu funkce $f(x,y) = e^{xy}\sin x$ v bodě $A[0,0]$ při přírůstku $\overrightarrow{h} = (-0.01, 0.02)$tedy je

$$d_h f(A) = -0.01$$

ZÁVĚR. Obecný tvar diferenciálu funkce $f(x,y) = e^{xy}\sin x$ při přírůstku $\overrightarrow{h} = (h_1, h_2)$ má tvar

$$d_h f = \big(ye^{xy}\sin x + e^{xy}\cos x\big)h_1 + \big(xe^{xy}\sin x\big)h_2$$

ZÁVĚR. Obecný tvar diferenciálu funkce $f(x,y) = e^{xy} \sin x$ při přírůstku $\overrightarrow{h} = (h_1, h_2)$ má tvar

$$d_h f = \big(y e^{xy} \sin x + e^{xy} \cos x\big) h_1 + \big(x e^{xy} \sin x\big) h_2$$

Diferenciál funkce $f(x,y) = e^{xy} \sin x$ při obecném přírůstku $\overrightarrow{h} = (h_1, h_2)$ v bodě $A = [0,0]$ má tvar

$$d_h f(A) = \big(0 e^{0} \sin 0 + e^{0} \cos 0\big) h_1 + \big(0 e^{0} \sin 0\big) h_2 = h_1$$

ZÁVĚR. Obecný tvar diferenciálu funkce $f(x,y) = e^{xy}\sin x$ při přírůstku $\overrightarrow{h} = (h_1, h_2)$ má tvar

$$d_h f = \big(ye^{xy}\sin x + e^{xy}\cos x\big)h_1 + \big(xe^{xy}\sin x\big)h_2$$

Diferenciál funkce $f(x,y) = e^{xy}\sin x$ při obecném přírůstku $\overrightarrow{h} = (h_1, h_2)$ v bodě $A = [0,0]$ má tvar

$$d_h f(A) = \big(0e^0\sin 0 + e^0\cos 0\big)h_1 + \big(0e^0\sin 0\big)h_2 = h_1$$

Hodnota diferenciálu funkce $f(x,y) = e^{xy}\sin x$ v bodě $A[0,0]$ při přírůstku $\overrightarrow{h} = (-0.01, 0.02)$ je

$$d_h f(A) == \big(0e^0\sin 0 + e^0\cos 0\big){-0.01} + \big(0e^0\sin 0\big)0.02 = -0.01$$