

Cvičení 10: Delphi - rovinné transformace

Transformace v rovině

Mějme dány body $A [1, 2]$, $B [3, 5]$ a rovnice

$$\begin{aligned}x'_1 &= x_1 + 6 \\x'_2 &= x_1 + x_2 + 3\end{aligned}\tag{1}$$

Pomocí těchto bodů získáme body A' , B'

$$\begin{aligned}a'_1 &= a_1 + 6 = 1 + 6 = 7 \\a'_2 &= a_1 + a_2 + 3 = 1 + 2 + 3 = 6\end{aligned}\tag{2}$$

Bod A' má souřadnice $[7, 6]$ a bod $B' = [9, 11]$
Provedli jsme transformaci úsečky AB na úsečku $A'B'$ pomocí rovnic 1. Rovnice 1 budeme nazývat **transformační rovnice** a lze je maticově zapsat jako

$$\mathbf{x}' = T * \mathbf{x} + \mathbf{r}\tag{3}$$

Matice \mathbf{T} se nazývá **transformační matice**. V našem případě vypadá takto

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad:

Mějme dány body $A [1, -5]$, $B [7, 6]$ a rovnice

$$\begin{aligned}x'_1 &= x_1 + x_2 + 6 \\x'_2 &= x_1 + 3 * x_2 + 3\end{aligned}\tag{4}$$

Pomocí těchto bodů vypočtete body A' , B' a napište transformační matici \mathbf{T}

Homogenizace

Při práci s transformací se používá homogenizace ke zjednodušení výpočtu. Vezme se transformační matice \mathbf{T} a vektor \mathbf{r} z rovnice transformace $\mathbf{x}' = T * \mathbf{x} + \mathbf{r}$ a vytvoří se z nich jediná matice 3 krát 3.

$$H = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & r_1 \\ t_{21} & t_{22} & r_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pro použití v programu je nutné tuto matici transponovat

$$H = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{21} & r_1 \\ t_{12} & t_{22} & r_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Typy zobrazení

1. Osová souměrnost
z rovnic

$$\begin{aligned}x'_1 &= x_1 \\x'_2 &= -x_2\end{aligned}\tag{5}$$

vyplývá matice

$$H_o = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Středová souměrnost
z rovnic

$$\begin{aligned}x'_1 &= -x_1 \\x'_2 &= -x_2\end{aligned}\tag{6}$$

vyplývá matice

$$H_s = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Posunutí
z rovnic

$$\begin{aligned}x'_1 &= x_1 + u_1 \\x'_2 &= x_2 + u_2\end{aligned}\tag{7}$$

vyplývá matice

$$H_o = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ u_1 & u_2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Stejnolehlost - homotetie
z rovnic

$$\begin{aligned}x'_1 &= \lambda x_1 \\x'_2 &= \lambda x_2\end{aligned}\tag{8}$$

vyplývá matice

$$H_o = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Osová afinita
z rovnic

$$\begin{aligned}x'_1 &= p_1x_1 \\x'_2 &= p_2x_1 + x_2\end{aligned}\tag{9}$$

vyplývá matice

$$H_o = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1 Program na transformace trojúhelníku

1. Vytvořte si adresář Transformace a do něj si zkopírujte základní soubory s unitou Graph2D
2. Podle obrázku umístěte na formulář tři zaškrťovací políčka a tři buttony.
3. Propojte buttony Smaz a Konec s příslušnými procedurami
4. Na začátku zdrojového kódu přidejte nový typ (type) - pro zadávání matic

```
TMatrix = array[1..3,1..3] of Real;
```

5. Tlačítko Transformuj propojte s procedurou Transformuj
6. Zadeklarujte potřebné proměnné (před begin)

```
var A,B,C:TPoint;  
    Red,Green,Blue:Byte;  
    At, Bt, Ct:TPoint;  
    Z:TMatrix;
```

7. Nastavte uživatelské souřadnice, barvy a vykreslete souřadné osy.

```
with Image1 do  
begin  
    x1:=-10;  
    x2:=10;  
    y1:=-10;  
    y2:=10;  
  
    Scale(x1,x2,y1,y2);  
  
    Red:=0;  
    Green:=100;  
    Blue:=0;  
  
    XAxis(x1,x2,0,Red,Green,Blue);  
    YAxis(y1,y2,0,Red,Green,Blue);  
end;
```

8. Zadejte souřadnice původního trojúhelníku ABC a vykreslete ho pomocí procedury Line.

```

A[1]:=3; A[2]:=0; A[3]:=1;
B[1]:=6; B[2]:=6; B[3]:=1;
C[1]:=-3; C[2]:=4; C[3]:=1;

```

```

Line(A,B,Red,Green,Blue);
Line(A,C,Red,Green,Blue);
Line(C,B,Red,Green,Blue);

```

9. Vyzkoušejte, zda program funguje.
10. Přidejte pomocnou proceduru na osovou souměrnost. Po zadání bodu vypočte bod souměrně sdružený podle osy x. Jedná se o násobení souřadnic bodu transformační maticí Z ve dvou for cyklech. (doplňte za var před begin)

```

procedure OsovaSoumernost(X:TPoint; var Xt:TPoint);
var i,j:Byte;
begin
  Z[1,1]:=1; Z[1,2]:=0; Z[1,3]:=0;
  Z[2,1]:=0; Z[2,2]:=-1; Z[2,3]:=0;
  Z[3,1]:=0; Z[3,2]:=0; Z[3,3]:=1;

  for i:=1 to 3 do Xt[i]:=0;

  for j:=1 to 3 do
    for i:=1 to 3 do
      Xt[j]:=Xt[j]+X[i]*Z[i,j];
    end;
end;

```

11. Dále do programu doplňte vykreslení transformovaného trojúhelníku. Nejdříve se body A,B,C převedou procedurou OsovaSoumernost na body At,Bt,Ct a ty procedurou Line vykreslí transformovaný trojúhelník. Vše proběhne pouze v případě, že je první Check box zaškrtnutý.

```

if checkBox1.checked=true then
begin
  OsovaSoumernost(A,At);
  OsovaSoumernost(B,Bt);
  OsovaSoumernost(C,Ct);

  Line(At,Bt,Red,Green,Blue);
  Line(At,Ct,Red,Green,Blue);
  Line(Ct,Bt,Red,Green,Blue);
end;

```

12. Sami přidejte procedury `StredovaSoumernost`, `Posunuti`. Od první se liší pouze v tvaru matice Z , který najdete v teoretické části.
13. Přidejte další možnosti zaškrtnutí `CheckBox2` a `CheckBox3`, opět je vše stejné, pouze se volá jiná transformační procedura.
14. Na panel doplňte `EditBoxy` pro zadávání rozsahu souřadných os a barev. Na převod na čísla použijte opět funkci `VAL`. (viz předchozí cvičení)
15. Doplňte šest `EditBoxů` pro zadávání souřadnic trojúhelníka přímo z panelu.
16. Můžete doplnit další transformace, například otáčení o zadaný úhel, atd...
17. A to je vše :-)